Сборник трудов

IX Российской конференции —
школы молодых ученых с международным участием
«Многофазные системы: модели, эксперимент, приложения»
посвященной 85-летию академика РАН Р.И. Нигматулина

Уфа, 23–28 июня 2025 г.

Организаторы конференции

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации,

Отделение энергетики, машиностроения, механики и процессов управления Российской академии наук (ОЭММПУ РАН),

Уфимский федеральный исследовательский центр РАН (УФИЦ РАН),

Академия наук Республики Башкортостан (АН РБ),

АНО «УК НОЦ РБ» («Евразийский НОЦ»),

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН (ИМех УФИЦ РАН)

Содержание

Аветисян Г.Р., Гаспарян А.С., Симонян А.А.
Ветроэлектростанция с вертикальной осью вращения . . . 7

Аветисян Г.Р., Гаспарян А.С., Симонян А.А.
Динамика трубопровода с нестабильным потоком газа . . . 8

Аганин А.А.
Динамика парогазовых пузырьков . . . 9

Архипов В.А., Усанина А.С.
Экспериментальное исследование влияния поверхностно-активного вещества
на динамику кластера деформируемых дисперсных частиц . . . 10

Ахметов А.Т., Гималдинов И.К., Гизатуллин Р.Ф.
Особенности распространения ударно-волновых импульсов
при наличии экранов из фольги и медного диска в насыпной среде из песка . . . 12

Байков В.А., Жонин А.В., Ильясов А.М.
Гидравлический удар при гидроразрыве пласта в системе скважины и трещины . . . 15

Байков В.А., Клебанов И.И., Закирзянов Ш.И.
Исследование течения жидкости в вертикальной трещине гидравлического разрыва пласта . . . 16

Байков В.А., Насырова Д.А., Шайхуллин А.Р.
Диагностика режимов фильтрации флюида в системе «трещина с незакрепленными
бортами–трещиновато-пористый пласт» при гидравлическом разрыве пласта . . . 19

Баймуратова А.А.
Моделирование выноса водных скоплений из нефтепровода методом
Volume of Fluid в ANSYS Fluent . . . 20

Башмаков Р.А.
О параметрах хаммер – эффекта при проведении гидроразрыва пласта . . . 22

Болотнова Р.Х., Файзуллина Э.А.
Численное моделирование вскипания струи перегретой воды
при истечении через канал малого диаметра . . . 23

Болотнова Р.Х., Шигапов А.М.
Особенности энергопоглощающих свойств водной пен при воздействии взрывной волны . . . 25

Бородина К.А.
Режимы глушения вертикальной скважины . . . 26

Буров Н.А.
Моделирование растекания капли при помощи метода фазового поля . . . 27

Бырдин В.М., Зенкина Я.П., Пузакина А.К.
О волновых квази-резонансах при пересечениях дисперсионных кривых
и сингулярный анализ бидвукратных ветвей . . . 28

Валиев Р.З.
Эффекты многофазности в механике ультрамелкозернистых материалов . . . 32

Васильев Т.А., Михайленко К.И.
Влияние тепловой конвекции на скорость химических реакций в кубической области
при изменении угла наклона . . . 34

Войтик В.В.
Геометрическая форма уравнений Лагранжа . . . 37

Войтик В.В.
О принципе стационарного укороченного действия Якоби . . . 38

Галиакбарова Э.В., Каримова Г.Р.
Поверхностные акустические волны на границе пористых сред
(песка, насыщенного водой, газогидратом) . . . 39

Гималтдинов И.К., Родионов А.С., Валиахметова О.Ю., Шираева А.А.
Моделирование волн напряжения в зернистой среде
при отражении от нее ударно-волнового импульса . . . 40

Грешнов В.М.
О взаимосвязи классической математической
и новой физико-математической теорий пластичности металлов . . . 43

Губайдуллин А.А.
Теплоперенос и акустическое течение газовзвес
и в закрытом вибрирующем прямоугольном канале . . . 44

Давлетшина М.Р.
Двухфазные течения в задаче разложения газовых гидратов . . . 47

Демин В.А., Петухов М.И.
Нелинейные эффекты при диффузионном наводороживании
поверхностных слоев кристалла ниобата лития . . . 49

Демченко Я.В., Иванов О.О., Веденеев В.В.
Экспериментальное исследование влияния аэродинамических шайб
на аэроупругие колебания цилиндра . . . 50

Ёкубжанов Д.С.
Исследование феномена флаттера крыльев самолета и методы его оптимизации . . . 51

Зарипов Р.М., Масалимов Р.Б.
Численное моделирование напряженно-деформированного состояния
обводнённых участков газопровода на болоте с компенсаторами,
предназначенными для устранения его всплытия . . . 54

Зарипов Р.Р., Масалимов Р.Б.
Распространение слабых возмущений в многофракционных газовзвесях
с полидисперсными частицами при учете движения смеси . . . 55

Иванаевская Е.С., Малышев В.Л., Моисеева Е.Ф.
Оценка эффективности методов построения фазовых диаграмм газоконденсатных смесей . . . 56

Ильясов А.М., Киреев В.Н.
Течение в трещине авто-ГРП, соединяющей нагнетательную и добывающую скважины . . . 58

Katica R. (Stevanović) Hedrih
New class of rheologic complex models of materials with piezoelectric properties
with differential constitutive relations of fractional order and a class of
rheologic discrete dynamics system oscillator type or creeper type . . . 61

Клименко Ю.Т., Боронин С.А.
Гидродинамическая устойчивость течения плотной суспензии
с малоинерционными частицами в плоском канале . . . 63

Коваль К.А, Сухоруков А.Л.
Об особенностях определения параметров движения подводного робота
с плавниковым движителем . . . 65

**Корнев Ю.В., Валиев Х.Х., Молчанов С.П., Муромцев Д.Н.,
Павлючкова Е.А., Власов А.Н., Карнет Ю.Н.**
Атомно-силовая микроскопия полисульфоновых композитов . . . 69

Корнилин Д.А.
Каплеобразование травителя в буферном слое
на поверхности оптического волокна в ходе линзования 71

Кучинский М.О., Любимова Т.П.
Экспериментальное исследование динамики воздушного пузырька под воздействием
ультразвука вблизи и на твердых поверхностях с различной степенью гидрофобности 72

Леушин Н.В., Шевелев А.П., Гильманов А.Я.
Оценка влияния геолого-физических характеристик пласта
на процесс многофазной фильтрации при водогазовом воздействии 73

Litvinov V.L., Litvinova K.V.
On a method for simulating the component-fractional composition of fluids
in oil and gas production 74

Литвинова К.В.
Изучение многокомпонентной фильтрации с фазовыми переходами
пластового углеводородного флюида 75

Mirza Z.A., Roshka D.S., Sergeichev I.V., Rezazadeh G.
Limitation of Lumped Thermal Models for Fiber Bragg Grating Sensors
in Broad Environmental Temperature Ranges 77

Морозов П.Е., Абдуллин А.И.
Влияние двойной проницаемости пласта на продуктивность вертикальной скважины 81

Назаров Ф.Х., Закиров А.Х.
Сравнение моделей турбулентности SA и SST при двумерном течении
над плоской пластиной в COMSOL MULTIPHYSICS 84

Низамова А.Д.
Об устойчивости течения термовязкой жидкости в плоском канале
с учетом возмущения по температуре 87

Низамова А.Д.
Численное исследование течения жидкости в микроканале с внутренними препятствиями 89

Очеретяный С.А., Прокофьев В.В., Топейцев Г.В., Филатов Е.В.
Исследование многофазных течений в генераторе импульсных струй
в режиме кавитационных автоколебаний 90

Потапов И.И., Силакова Ю.Г.
Гидродинамическое движение речного потока через переливную запруду
протоки Пемзенская реки Амур 93

Прозорова Э.В.
Значение распределенного момента в механике сплошной среды 95

Пучкова И.В., Грешнов В.М.
Математическое моделирование ползучести алюминиевого сплава 1570Р
(система Al-Mg-Sc) с применением кинетической физико-математической
теории ползучести металлов 98

Рахимов А.А., Валиев А.А.
Разработка и изготовление микрожидкостных устройств для изучения
движения эритроцитов в сосудах со стенозом 99

Сабитов К.Б.
Колебания круглой пластины при шарнирном закреплении края 101

Сорокин Ф.Д., Ганеева А.Р.
О проблеме учета переменного давления внешней среды
в функционале полной энергии мягкой оболочки 103

Тукмаков Д.А.
Колебания аэрозоля в акустическом резонаторе в осесимметричной постановке 105

Тумбусова И.А.
Влияние температуры на трибологические свойства композиционных покрытий
на основе меди и цинка 108

Утяшев И.М., Фатхелисламов А.Ф.
Собственные значения продольных колебаний стержня с двумя продольными трещинами 110

Федоров Ю.В.
Динамика покрытого анизотропной оболочкой пузырька газа во внешнем акустическом поле 112

Чупров П.А.
Численный метод решения системы уравнений многофазной гидродинамики
с произвольным числом фаз 113

Хакимов А.Г.
Моделирование подъема груза с помощью мягкой сферической оболочки
с учетом действия среднего давления 114

Шакирьянов М.М., Юлмухаметов А.А.
Пространственные колебания трубопровода на вибрирующем основании
при действии переменного внутреннего давления 119

Шакирьянов М.М., Юлмухаметов А.А.
Модель внешней и внутренней присоединенной массы трубопровода 121

Шарифулин А.Н., Полудницин А.Н.
Лабораторное и численное моделирование динамики конвективных плюмов
в полости со свободной поверхностью при большом числе Прандтля 123

Шиповский И.Е., Бобин В.А.
Моделирование динамики взрыва в многофазной системе газонасыщенного угольного пласта 125

Юлмухаметова Ю.В.
Линейное поле скоростей как решение уравнений газовой динамики:
систематический обзор литературы 129

Якимчук А.В., Карамов Р.И., Джуринский Д.В.
Исследование параметров холодного газодинамического напыления и их влияния
на качество покрытия с использованием методов машинного обучения 130

Ветроэлектростанция с вертикальной осью вращения

Аветисян Г.Р., Гаспарян А.С., Симонян А.А.

«Отдел гидромеханики и вибротехники НАН РА» ЗАО, Гюмри, Армения

Использование возобновленных источников энергии (солнечная, ветровая), как альтернативная углеводородной энергии является актуальной темой.

Для достижения этой цели создана ветроэлектростанция, представляющая собой совокупность устройств – ветродвигатель, генератор переменного тока, автоматика, вспомогательных сооружений для превращения энергии ветра в электрическую энергию.

Разработан принципиально новый тихоходный ветродвигатель вертикальной осью вращения типа Савониуса с номинальной скоростью вращения – 4 об/мин. Башня ветродвигателя круглая, а поверхность башни обтекаемая, образующая которой имеет форму кривой второго порядка. Ветродвигатель не нуждается его установки на ветер, при изменении направлении ветра ветродвигатель не меняет направление вращения. Разработанная ветроэлектростанция запатентована в РА [1].

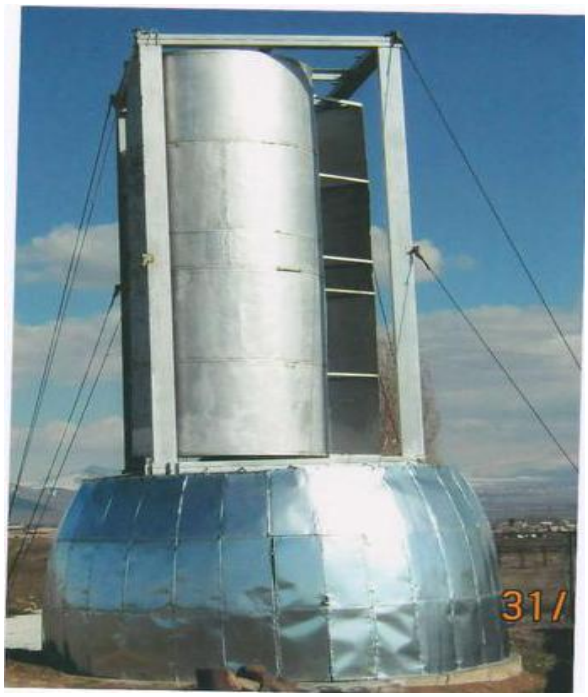
Для выбора конструктивных параметров ветродвигателя и ветроэлектростанции в целом проведены теоретические и экспериментальные исследования, базирующиеся на принципах теоретической и экспериментальной аэродинамики.

Создана экспериментальная установка для получения характеристик ветродвигателя.

На основе результатов теоретических и экспериментальных исследований проектирована, изготовлена и монтирована ветроэлектростанция с ветродвигателем с вертикальной осью вращения мощностью – 20кВт. Ветроэлектростанция установлена в селе Маисян Ширакского марза РА. На основании лицензии №0536 выданной Комиссией по регулированию общественных услуг РА ветроэлектростанция подключена к системе <<Электрические сети Армении>>.

У эксплуатируемой ветроэлектростанции есть неоспоримые преимущества - приемлемый коэффициент использования энергии ветра – ξ= 26 [2], простата изготовления, не оказывает неблагоприятное экологические воздействия на окружающую среду, шумовые и вибрационные характеристики в норме.

Планируется изготовить разные модули ветродвигателя этого типа для построения каскада ветровоэлектростанций работающие параллельно с общей электрической сетью.



На рисунке показан фото общего вида ветроэлектростанции.

Список литературы:

[1] Аветисян Г.Р., Гаспарян А.С. Ветровая электростанция. Патент РА № 647Y- зарегистрирован 2016.

[2] Тепловые и атомные электрические станции. Справочник. Под общей редакцией Григорьева В.А. и Зорина В.М. книга 3. М. Энергоиздат. 1989. С 605

Динамика трубопровода с нестабильным потоком газа

Аветисян Г.Р., Гаспарян А.С., Симонян А.А.

«Отдел гидромеханики и вибротехники НАН РА» ЗАО, Гюмри, Армения

Целью настоящей работы является создание стабилизаторов колебаний давления и расхода жидкости и газа, установление которых в трубопроводных системах газа позволяет значительно снизить волновое сопротивление, а установление стабилизаторов в узлах учета расхода и количества газа в газопроводах будет способствовать повышению точности учета газа, который будет соответствовать требованиям межгосударственного стандарта-ГОСТ 8.563.1-97.

Разработан принципиально новый стабилизатор колебаний давления и расхода жидкости и газа с спиральными трубками, который запатентован в РА [1].

Методика расчета стабилизаторов колебаний давления предусматривает решения той задачи, которое определяет геометрические параметры: объем корпуса, длину, площадь поперечного сечения и количество спиральных трубок в зависимости от частоты и уровня колебаний давления и расхода газа в трубопроводной системе.

Стабилизатор с спиральными трубками рассчитывается как резонатор Гельмгольца с одной степенью свободы.

Собственная частота стабилизатора определяется по формуле [2].

$$f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{nS}{lV}}$$

Где

C-скорость звука в рабочей среде,

S-площадь поперечного сечения спиральных трубок,

l-длина спиральных трубок,

V-объем полости корпуса,

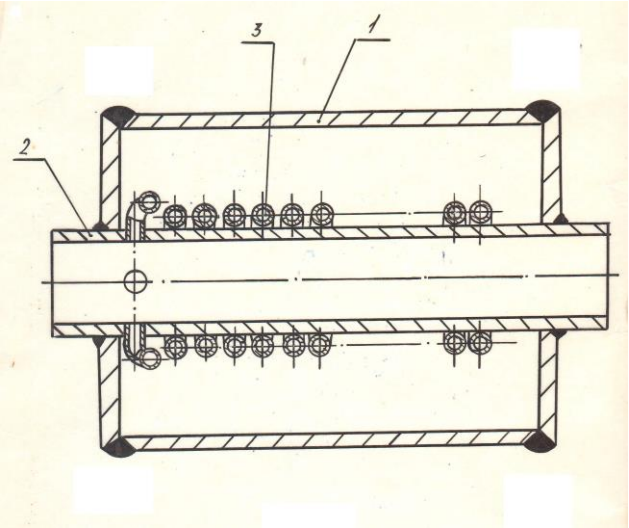
n-число спиральных трубок.

Разработан экспериментальный стенд, в котором моделирован пульсации давления и вибрационные явления в трубопроводной системе газа, газовых отсеках нагнетательных установок, а также прямых участках узлов измерения расхода и количества газа.

Для моделирования сложных физических и механических явлений, происходящих в газовых потоках, были учтены все три условия теории подобия – геометрическое, кинематическое и динамическое.

Стендовые испытания макета разработанного стабилизатора показали, что установка стабилизатора в близи источника колебаний давления (нагнетательные установки, компрессора) уменьшает уровень пульсаций давления при переходных режимах на 85%, а при установившееся режимах на 90%, и как следствие этого волновое сопротивление течения потока газа уменьшается на 3-5%, при числе Рейнольдса меньше 5000.

Установка разработанного стабилизатора в узлах измерения расхода и количества газа позволяет уменьшить длину прямого участка узла измерения, доводя его длину до уровня 20D, которая удовлетворяет требованиям межгосударственного стандарта при D=500мм и числа Рейнольдса меньше 5000.



На рисунке показана схема стабилизатора. Где 1-корпус стабилизатора, 2-центральная труба, 3- спиральные трубки.

Список литературы:

[1] Аветисян Г.Р. Стабилизатор колебаний давления. Патент PA No 650Y – зарегистрирован 2016.

[2] Ганиев Р.Ф. Украинский Л.Е. Нелинейная волновая механика и технологии. Волновые и колебательные явления в основе высоких технологий- Изд 2-е, Москва. Институт компьютерных исследований; Научно-издательский центр <<Регулярная и хаотическая динамика>>, 2011.

Динамика парогазовых пузырьков

Аганин А.А.

Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Динамика парогазовых пузырьков в жидкости представляет значительный интерес, в частности, в связи с многочисленными проблемами и полезными применениями кавитации. Проблемы кавитации обусловлены, например, тем, что воздействие кавитационных пузырьков может вызывать механическое повреждение, эрозию, износ и разрушение трубопроводных систем, транспортирующих жидкости, гидронасосов, клапанов и мембран, регулирующих потоки жидкости, гидротурбин, гребных винтов и поворотных рулей судов, гидрокрыльев. Кавитационные пузырьки могут вызывать шум, вибрацию гидротехнического оборудования и т.д. Полезные применения кавитации связаны, в частности, с тем, что кавитационные пузырьки могут способствовать очистке твердых поверхностей от загрязнений при производстве полупроводников, дроблению камней в почках фокусированными ударно-волновыми импульсами или высокоинтенсивным ультразвуком в медицине. Кавитация может быть полезной в сонохимии, где кавитационные пузырьки играют роль микрореакторов, для интенсификации химреакций как за счет высоких температур в пузырьках и их окрестности, так и посредством очистки поверхностей твердых реагентов или катализаторов и удаления с них окислов. В ультразвуковых технологиях кавитация способствует повышению эффективности гетерогенного катализа, перемешиванию несмешиваемых жидкостей для получения высокостабильных эмульсий. Кавитацию используют при обеззараживании загрязненной воды и т.д.

В докладе представлен обзор ряда опубликованных и готовящихся к публикации работ, выполненных под руководством автора и посвященных коллапсу одиночных кавитационных (паровых) пузырьков в покоящейся жидкости и совместной динамике газовых пузырьков в сферических кластерах под действием импульсного разрежения окружающей жидкости. Представлены физические постановки рассматриваемых задач, даны их математические модели. Большое внимание уделено работоспособности принятых моделей. В частности, приводятся разнообразные сопоставления с известными экспериментальными данными, результатами других моделей. При рассмотрении как коллапса одиночных пузырьков, так и отклика кластера пузырьков на импульсное разрежение жидкости основное внимание направлено на величину достигаемых в пузырьках экстремальных параметров (давлений, температур). В случае одиночных пузырьков оценивается также и устойчивость сферичности пузырьков при коллапсе. В случае кластера пузырьков рассматривается лишь такие варианты, в которых пузырьки не разрушаются из-за больших несферических деформаций и не сталкиваются с другими пузырьками в результате перемещений. Данные условия естественным образом контролируются в рамках принятой математической модели.

Экспериментальное исследование влияния поверхностно-активного вещества на динамику кластера деформируемых дисперсных частиц

Архипов В.А., Усанина А.С.

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск

Процессы динамического взаимодействия деформируемых дисперсных частиц (капель или пузырьков) при взаимных столкновениях и с внешней средой в зависимости от физико-химических условий на граничной поверхности, в частности, с учетом наличия поверхностно-активного вещества (ПАВ) на границе раздела фаз, являются предметом интенсивных фундаментальных и прикладных исследований. Это связано с широким применением получаемых результатов при решении ряда прикладных задач в промышленности и в ряде технологических процессов, а также в лабораторных исследованиях – процессы флотации, барботажа, очистки водоемов от нефтепродуктов, авиационного пожаротушения сбросом жидкости. Наиболее значимые результаты в этой области получены в работах отечественных ученых [1-5].

Наибольший прогресс достигнут в математическом моделировании процессов динамического взаимодействия деформируемых частиц дисперсной фазы. Анализ научных публикаций показывает, что для повышения достоверности результатов расчетов характеристик двухфазных потоков с деформируемыми частицами необходима база экспериментальных данных по динамике дисперсных частиц в присутствии и в отсутствие ПАВ на граничной поверхности.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование процесса движения монодисперсного и бидисперсного кластеров деформируемых дисперсных частиц в присутствии и в отсутствие ПАВ в диапазоне чисел Рейнольдса $Re=10^{-3}\div10^{3}$. Исследование проведено для процессов всплытия пузырькового кластера, а также всплытия кластера капель жидкости в другой несмешивающейся жидкости. Экспериментальная установка состоит из заполненной жидкостью прозрачной кюветы с плоскопараллельными стенками, устройства для создания кластера частиц и системы визуализации процесса. Устройство для создания моно- и бидисперсного кластера пузырьков [6, 7] с заданной начальной объемной концентрацией включает цилиндрический коллектор с газопроницаемой крышкой, миниатюрные электропневмоклапаны и запрограммированный модуль управления. Для создания кластера капель использовалось устройство, представляющее собой коллектор цилиндрической формы с перфорированной верхней крышкой, соединенный через металлическую полую трубку с герметичной емкостью, наполненной исследуемой жидкостью.

Экспериментально выявлено, что при значении начальной объемной концентрации частиц $C_V>0.006$ в области $Re<1$ происходит циркуляция периферийных частиц в направлении, противоположном движению кластера. При $C_V\leq0.006$ наблюдается расширение монодисперсного кластера (увеличение эквивалентного сферического диаметра кластера). Данная картина всплытия монодисперсного кластера не зависит от наличия поверхностно-активного вещества.

Анализ видеокадров процесса всплытия бидисперсного кластера пузырьков воздуха в области $Re=200\div600$ показал, что изначально сферический бидисперсный пузырьковый кластер по мере всплытия независимо от наличия ПАВ расслаивается на два отдельных монодисперсных кластера на некотором расстоянии h_* от места формирования бидисперсного кластера. В отсутствие ПАВ скорость u_1 кластера мелких частиц (диаметром d_1) больше, чем скорость u_2 кластера крупных частиц (диаметром d_2). В присутствии ПАВ наблюдается обратная картина – $u_1<u_2$. Экспериментально выявлено, что величина h_* уменьшается по мере снижения коэффициента поверхностного натяжения путем варьирования концентрации ПАВ (таблица 1) и увеличения соотношения диаметров пузырьков d_2/d_1 (рис. 1), из которых состоит бидисперсный кластер.

Экспериментально обнаружено, что по мере по мере снижения коэффициента поверхностного натяжения путем варьирования концентрации ПАВ во внешней жидкости скорость кластера деформируемых частиц уменьшается и, следовательно, коэффициент сопротивления увеличивается, что связано со сменой гидродинамического режима движения каждой частицы в кластере. В качестве примера, на рис. 2 приведены экспериментальные зависимости коэффициента сопротивления кластера капель изопарафинового масла от числа Рейнольдса при всплытии в растворе глицерин-диламид при различных концентрациях ПАВ.

Анализ результатов экспериментальных исследований процессов всплытия кластера деформируемых частиц показал, что тип ПАВ влияет на время установления равновесного поверхностного натяжения.

На основе регрессионного анализа получено обобщенное эмпирическое выражение для

коэффициента сопротивления монодисперсного кластера деформируемых дисперсных частиц, всплывающих в присутствии и в отсутствие ПАВ

$$C_D = 16k(1 - C_V) / \mathrm{Re}^a,$$

где $k=f(N, C_V)$ – эмпирический коэффициент, зависящий от количества частиц N в кластере и начальной объемной концентрации частиц C_V в кластере; $a=f(\sigma)$ – эмпирический коэффициент (в отсутствие ПАВ – a=1, в присутствии ПАВ – a>1).

Ввиду трудоемкости, временных затрат и сложности проведения экспериментальных исследований перспективным направлением является развитие математических моделей задач о движении частицы в жидкости, содержащей растворимое ПАВ, в частности, рассмотренных в работах [7, 9]. Проведенные экспериментальные исследования процесса движения кластера деформируемых частиц дисперсной фазы в присутствии ПАВ на границе раздела фаз позволяют верифицировать и уточнить эти модели.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-79-10028, https://rscf.ru/project/22-79-10028/

Таблица 1 – Значения h_* для бидисперсного пузырькового кластера (d_1=1.5 мм, d_2=2.1 мм) при различных концентрациях C лаурилсульфат натрия в дистиллированной воде

C, г/л	0	0.0032	0.095	0.303	0.55
σ, мН/м	72.5	69	67.3	62.7	57
h_*, см	45±2	29±2	15±2	12±2	15±2

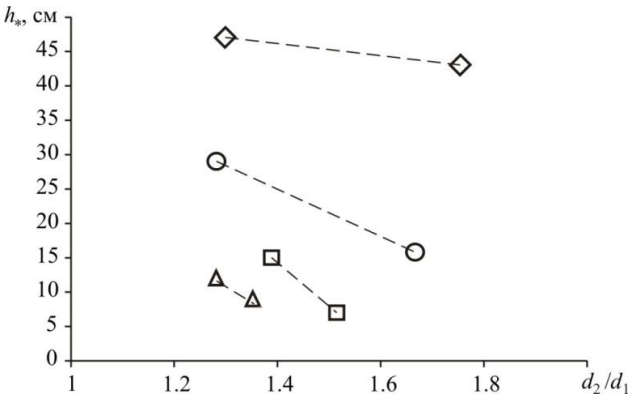


Рис 1. Зависимость h_* от d_2/d_1 при различных концентрациях лаурилсульфат натрия в дистиллированной воде (C_V=0.002÷0.004): ◊ – σ=72.5 мН/м; ○ – σ=69 мН/м; □ – σ=67.3 мН/м; Δ – σ=62.6 мН/м

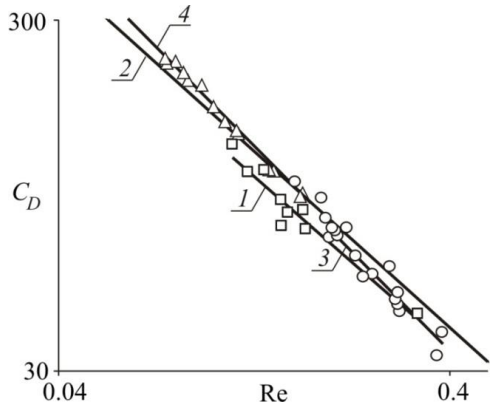


Рис 2. Зависимости C_D(Re) в отсутствие (кривая *1*, □) и в присутствии (кривые *3*, *4*, Δ, ○) диламида: *2* – кривая Адамара-Рыбчинского для одиночной капли; ○ – σ=9.5 мН/м; Δ – σ=6.3 мН/м

Список литературы

[1] Фукс Н.А. Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955. С. 352.

[2] Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. С. 700.

[3] Воинов О.В. Волновые движения в слое вязкой жидкости в присутствии поверхностно-активных веществ // Прикладная механика и техническая физика. 1971. № 3. С. 81-89.

[4] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука, 1987. С. 464.

[5] Петров А.Г. Аналитическая гидродинамика. Учеб. пособ.: Для вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. С. 520.

[6] Архипов В.А., Усанина А.С., Перфильева К.Г., Костюшин К.В., Басалаев С.А., Поленчук С.Н. Способ получения пузырькового кластера заданной конфигурации: Патент 2796910 РФ // Опубл. 29.05.2023. B01F 23/23. Бюл. № 16. 21 с.

[7] Архипов В.А., Усанина А.С., Басалаев С.А., Евсеев Н.С., Костюшин К.В. Программа для управления установкой генерации пузырькового кластера заданной конфигурации: Свидетельство о государственной регистрации программы ЭВМ № 2024685776 от 17.10.2024. Опубликовано 01.11.2024.

[8] Борзенко Е.И., Усанина А.С., Шрагер Г.Р. Экспериментально-теоретическое исследование влияния растворенного поверхностно-активного вещества на динамику всплытия газового пузырька // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2024. № 4. С. 108-122.

[9] Борзенко Е.И., Усанина А.С., Шрагер Г.Р. Влияние поверхностно-активного вещества на скорость всплытия пузырька в вязкой жидкости // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2023. № 84. С. 81–92.

Особенности распространения ударно-волновых импульсов при наличии экранов из фольги и медного диска в насыпной среде из песка

Ахметов А.Т.[1,2], Гималтдинов И.К.[1], Гизатуллин Р.Ф.[1,2]

[1]Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа
[2]Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Исследование направлено на изучение влияния металлических мембран (алюминиевой фольги и медного диска) на эволюцию ударно-волновых импульсов в уплотнённой песчаной насыпке. Актуальность работы связана с задачами взрывобезопасности, защиты сооружений и сейсморазведки. Основная цель — определить, как экранирование поверхности песка влияет на параметры основного и зондирующих импульсов, формирующихся при многократных переотражениях в ударной трубе [1].

Эксперименты проводились в вертикальной ударной трубе, состоящей из камеры низкого давления (КНД) и камеры высокого давления (КВД), оснащенной секцией насыпных сред (СНС) с риской, расположенной на высоте 25,8 см от дна [2]. Ударно-волновой импульс (УВИ) формировался после разрыва диафрагмы между КВД и КНД, его длина определялась размером КВД, давление регистрировалось пьезоэлектрическими датчиками типа LH-610 с системой L-CARD, сопряженной с компьютером. Датчики располагались в камере низкого давления (датчик D0) и в СНС на глубинах 22 мм (D1), 127 мм (D2) и 232 мм (D3) от уровня риски. Пористость уплотненного песка составляла 39,2%. Исследовались следующие конфигурации: открытая насыпка, экранирование фольгой (10 мкм), экранирование массивным медным диском (толщиной 1,5 мм и массой 26 г). В этих экспериментах уровень песка был по риску, экран располагался на песке. Также были проведены эксперименты, в которых поверх фольги, расположенной на уровне риски, досыпался песок высотой 1 см и 5 см. Ударные волны генерировались разрывом диафрагмы из фольги толщиной 11 мкм (амплитуда разрыва 34-39 кПа), либо тремя слоями такой фольги (95-103 кПа). Анализировались форма и амплитуда импульсов. Сформированный «основной» УВИ распространялся вниз по трубе, воздействовал на насыпную среду через экран, одновременно отражаясь от поверхности, распространялся вверх по трубе, далее отражался от верхнего торца КВД и повторно, в нашем случае, через 13 мс, воздействовал на насыпную среду. Поскольку форма и характеристики второго УВИ существенно отличались от первого, т.к. он проходил по насыпной среде, возмущенной основным УВИ, этот переотраженный УВИ назвали «зондирующим» [3].

В открытой насыпной среде на уровне датчика D1 на зондирующем импульсе формируется пик, причем его амплитуда превосходит амплитуду основного импульса, а на уровне датчика D2 амплитуда пика зондирующего импульса вдвое превосходит амплитуду основного. Есть две основные гипотезы для объяснения этого явления. В соответствии с первой гипотезой, при прохождении падающего основного ударного импульса происходит сжатие насыпной среды. После отражения импульса наступает стадия разгрузки, в ходе которой верхний слой насыпки частично теряет плотность (релаксирует), становясь более рыхлым по сравнению с исходным состоянием. Это изменение плотности влияет на распространение зондирующего импульса: проходя через разрыхлённую среду, он вызывает формирование пикового отклика. Согласно второй гипотезе, в процессе прохождения падающего импульса через верхний слой песчаной насыпки происходит фильтрация газа внутрь этого слоя. По завершении действия импульса, газ, проникший в песок, начинает выходить наружу, что также приводит к разрыхлению верхнего слоя среды. Для того, чтобы проверить эти гипотезы и

исследовать природу появления пика были проведены эксперименты с экранированием поверхности песка металлическими мембранами.

На рис. 1 А представлены эпюры давления, зарегистрированные датчиками D0-D3 в экспериментах с экранированием фольгой. При прохождении зондирующего импульса наблюдается формирование пика на переднем фронте (УВИ). При увеличении амплитуды воздействующего импульса в 3 раза (рис. 1 Б) поведение основного импульса сохраняется, однако на зондирующем импульсе пики не регистрируются. Соотношение амплитуд основного и зондирующего импульсов (без учёта пиков) остаётся сопоставимым для обоих случаев. Форма последующих зондирующих импульсов (второго, третьего и т.д.) практически идентична форме первого.

В серии сравнительных экспериментов поверх фольги, расположенной на уровне риски, добавлялся слой песка толщиной 1 см (рис. 1 В, Г) и 5 см (рис. 1 Д, Е). На датчике D1 пик на переднем фронте зондирующего импульса отсутствует, при этом задний фронт основного и зондирующих импульсов удлиняется с формированием «полочки». При толщине слоя песка 1 см амплитуда импульсов на D1 ниже, чем при простом экранировании фольгой, а сигнал на датчик D2 приходит значительно ослабленным. При высоте слоя 5 см импульс на уровень датчика D2 доходит уже лучше, на зондирующих импульсах, начиная со второго, начинает формироваться пик, расположенный в середине УВИ. Таким образом, можно сделать вывод, что слой открытого песка 5 см приводит к зарождению пиков давления на зондирующих импульсах.

На рис. 1 Ж, З показаны эпюры давления при экранировании поверхности среды массивным медным диском. Диаметр диска на 0,1–0,2 мм меньше внутреннего диаметра СНС, что допускает незначительное проникновение газа через зазор. Основной импульс по форме близок к случаям с открытым песком и фольгой. На зондирующих импульсах регистрируются пики с амплитудой, превышающей амплитуду основного импульса в ~1.5 раза. Предположительно, при отражении основного импульса диск смещается вверх, вызывая разрыхление подстилающего песка. При слабом ударе при его поджатии вместе с волной получается треугольный импульс (рис.1 Ж), при более сильном ударе (рис.1. З) диск сильнее «подлетает» и при воздействии на него зондирующего импульса он ускоряется вместе с песком под ним и их импульс складывается с волной формируется пик как в открытом песке.

Сравнительный анализ эпюр давления ударно-волновых и переотраженных (зондирующих) импульсов, проходящих в насыпных средах, экранированных металлическими мембранами, позволяет сделать следующие выводы:

1. Экранирование металлическими мембранами незначительно влияет на форму основного УВИ.
2. При экранировании фольгой пик давления на зондирующем импульсе возникает при амплитуде падающего УВИ 12 кПа, но исчезает при увеличении амплитуды до 30 кПа.
3. Наличие 5-см слоя песка над фольгой индуцирует, начиная со второго зондирующего импульса, зарождение пиков, расположенных в середи УВИ.
4. Массивный медный экран вызывает структурные изменения в песке, приводящие к выраженным пикам на зондирующих импульсах. Механизм связан с инерционным смещением диска и разрыхлением среды.

Список литературы

[1] Ахметов А.Т., Гималтдинов И.К., Азаматов М.А., Мухаметзянов А.Ф., Богданов Д.Р. Зондирование водогазонасыщенных насыпных сред переотраженными волнами непосредственно после воздействия ударной волны // Письма в Журнал технической физики. 2022. Т. 48. № 1. С. 23-26.

[2] Гизатуллин Р. Ф., Мухаметзянов А. Ф. Скорость и эволюция ударных волн в песке при увеличении водосодержания // Нефтегазовое дело. 2024. Т. 22, № 4. С. 173-180.

[3] Ахметов А. Т., Гималтдинов И. К., Мухаметзянов А. Ф., Гизатуллин Р. Ф. Эффект усиления ударных волн в насыпных средах // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. – 2024. – Т. 519, № 1. – С. 41-46.

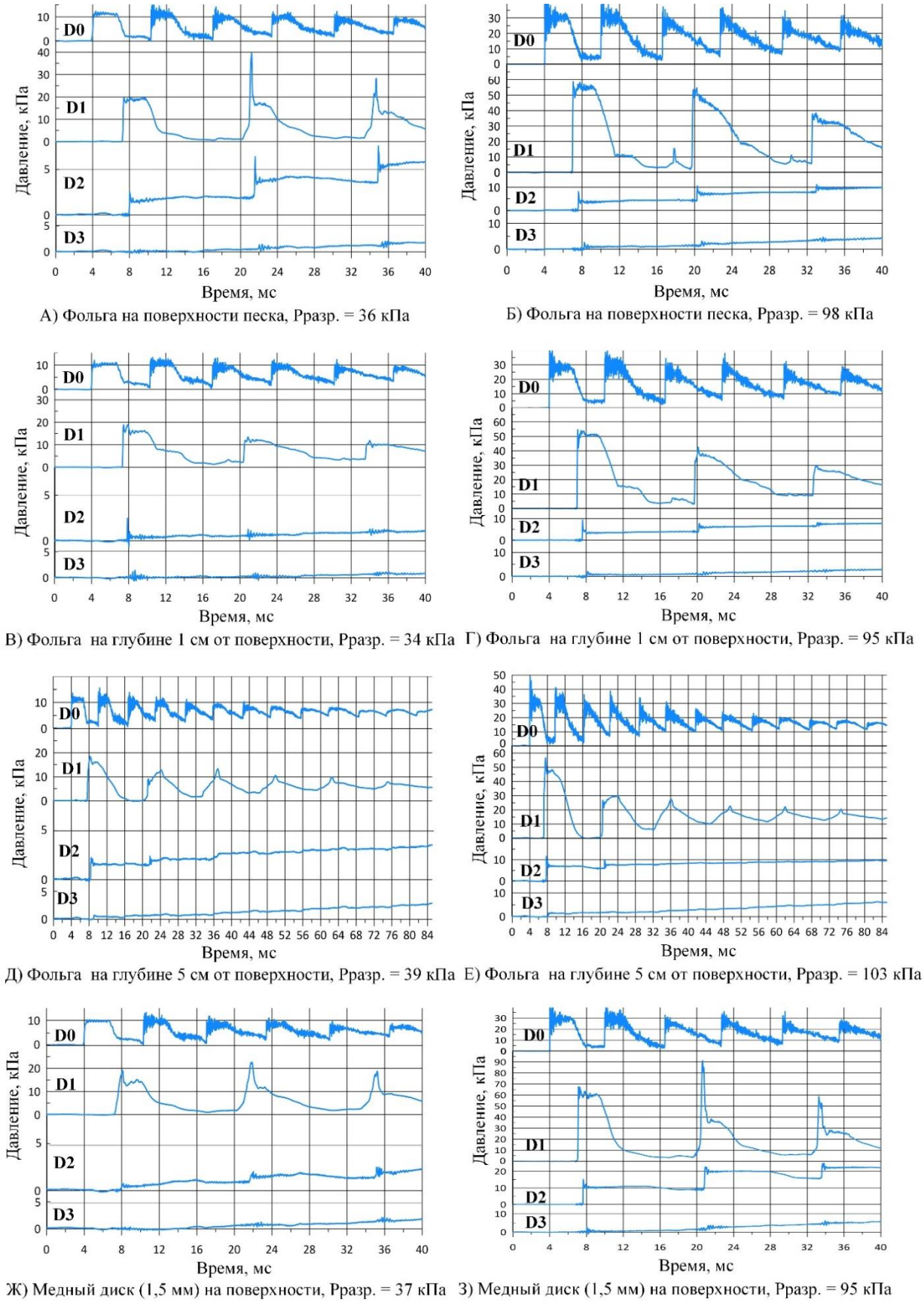


Рис. 1. Основной и зондирующие ударно-волновые импульсы в насыпной среде из песка, экранированной мембранами. (Датчики D0- D3).

Гидравлический удар при гидроразрыве пласта в системе скважины и трещины

Байков В.А.[1,2], Жонин А.В.[1,3], Ильясов А.М.

[1]ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий», Уфа
[2]ООО «РН-БашНИПИнефть», Уфа
[3]ООО «АЛТИМ», Уфа

В работе исследуется явление гидроудара в системе скважины и трещины ПКН (приближение Перкинса – Керна – Нордгрена) [1, 2, 3]. Рассматриваются аналитические и численные решения задачи для случая идеальной жидкости (отсутствие вязкости). Целью работы является исследование собственных частот системы.

Для обоих частей системы в линейном приближении в возмущениях справедлива акустическая система уравнений (без учета утечек и вязкости):

$$p_t + \rho_0 c_0^2 v_x = 0, \qquad v_t + \rho_0^{-1} p_x = 0 \tag{1}$$

где p_t, v_t, p_x, v_x – производные по времени и координате для давления и скорости соответственно; ρ_0 – плотность жидкости, c_0 – скорость распространения возмущений давления. Граничные условия на устье скважины и на кончике трещины соответствуют непроницаемой границе. Условие сопряжения скважины и трещины – равенство давлений и потоков на перфорации.

Получено выражение для нормированной частоты колебаний:

$$sin(\Omega) - R\, sin(\tau\Omega) = 0 \tag{2}$$

где $\Omega = \left(\frac{H}{c} + \frac{l}{c_f}\right)\omega$ – нормированная частота; $R = \frac{c_f s - c\, s_f}{c_f s + c\, s_f}$ – коэффициент отражения при падении волны из скважины в трещину; $\tau = \frac{cl - c_f H}{cl + c_f H}$ – безразмерный параметр; H, l – длины, c, c_f – скорости «звука», s, s_f – площади сечения для скважины и трещины.

Итоговым результатом являются соотношения для собственных частот в зависимости от различных вариантов геометрических размеров скважины и трещины, упругих свойств породы.

Список литературы

[1] Ильясов А.М., Булгакова Г.Т. Квазиодномерная модель гиперболического типа гидроразрыва пласта // Вестник СамГТУ. Сер. Физ.-мат. н. – 2016. – т. 20. – № 4. – с. 739–754.

[2] Байков В.А. К оценке геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта / В.А. Байков, Г.Т. Булгакова, А.М. Ильясов, Д.В. Кашапов // МЖГ. – 2018. – № 5. – с. 64-75.

[3] Байков В.А, Жонин А.В., Ильясов А.М. Гидравлический удар при гидроразрыве пласта в согласованной модели трещины и скважины // НХ. – 2023. – №9.

Исследование течения жидкости в вертикальной трещине гидравлического разрыва пласта

Байков В.А[1,2]., Клебанов И.И.[2], Закирзянов Ш.И[1]

[1]Уфимский университет науки и технологий, Уфа
[2]ООО «РН-БашНИПИНефть», Уфа

Рассматривается процесс распространения вертикальной трещины постоянной высоты h при нагнетании несжимаемой ньютоновской жидкости в пористый массив через вертикальную скважину. Предполагается, что трещина расположена симметрично относительно скважины. Предполагается, что высота трещины много больше ее ширины δ и много меньше ее длины L, т.е. выполняется неравенство δ << h << L. Кроме того, предполагается, что пласт является линейно-упругим, а по длине трещины условия напряженного состояния изменяются незначительно, что выполняется, если изменение давления жидкости внутри трещины много меньше характерного напряжения в пласте. Это дает возможность считать, что в плоскостях, перпендикулярных направлению трещины приближенно выполняется условие плоской деформации, а сечения не влияют друг на друга. Принимается, что ось 0X направлена вдоль трещины, ось 0Y направлена перпендикулярно оси 0X в направлении изменения ширины трещины δ, а ось 0Z направлена по высоте трещины. Далее считается, что трещина расположена симметрично относительно плоскости X0Y, следовательно, верхний край трещины имеет координату z = h/2, а нижний край – координату z = −h/2. Можно использовать известное стационарное решение для ширины δ симметричной трещины, находящейся в условиях плоской деформации в полубесконечном пространстве, на контур которой действует постоянное давление. При введенных выше допущениях для каждого поперечного сечения трещины ГРП можно приближенно написать [2]:

$$\delta(x,z,t) = \frac{2(1-\nu)}{G}(p(x,t)-\sigma)\sqrt{\frac{h^2}{4}-z^2} \qquad (1)$$

где ν, G – соответственно коэффициент Пуассона и модуль сдвига породы; p – давление в трещине; σ – постоянное минимальное горизонтальное напряжение в пласте, в направлении которого трещина раскрывается при гидравлическом разрыве.

Уравнения изменения массы и количества движения несжимаемой жидкости с постоянной плотностью ρ в одномерном потоке в канале переменного сечения S (x, t) с малой кривизной и проницаемыми стенками имеют вид [2]:

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\langle v\rangle S)}{\partial x} = -\rho u_L \Pi,$$

$$\frac{\partial(\rho\langle v\rangle S)}{\partial t} + \frac{\partial((1+\beta)\rho\langle v\rangle^2 S)}{\partial x} = -S\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x} - \Pi\tau - \rho g S\sin\alpha,$$

здесь (2)

$$\langle v\rangle = \frac{1}{S}\int_S v ds, \qquad (1+\beta_K)\langle v\rangle^2 = \frac{1}{S}\int_S v^2 ds, \qquad \langle p\rangle = \frac{1}{S}\int_S p ds,$$

β_K – поправка Кориолиса на неравномерное распределение истинной скорости по сечению, u_L нормальная стенкам канала скорость фильтрационной утечки; П – смоченный периметр; α - угол наклона канала к горизонту; τ – напряжение трения на стенке канала; g ускорение силы тяжести. Можно заменить произвольное сечение S (x, t), прямоугольным сечением с площадью равной

$$S(x,t) = w(x,t)\,h, \qquad (3)$$

Можно показать, что (1), (2), (3) сводятся к следующей модельной системе уравнений:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} = -2u_L$$

$$\frac{\partial(vw)}{\partial t} + \frac{\partial\big((1+\beta_K)v^2 w\big)}{\partial z} = -\frac{b}{2\rho}\frac{\partial(w^2)}{\partial z} - \frac{db}{dz}\frac{w^2}{\rho} + \frac{\beta w}{\rho} - \frac{2\tau}{\rho} \qquad (4)$$

где $b = \frac{4G}{\pi L(1-\nu)}$, $\beta = (\tilde{\rho}_r - \rho)g, \tilde{\rho}_r$ – эффективная плотность породы

Далее мы пренебрегаем утечками и неоднородностью профиля скорости. Обезразмеренная система уравнений (4) имеет вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial z} = -\delta\frac{\partial}{\partial z}\big(u\varphi(z)\big) + \delta\psi(z) - \varepsilon\frac{v}{u^2},$$
$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(vu) = 0, \qquad (5)$$

где δ, ε – безразмерные величины

$$\delta = \frac{G}{\rho v_0^2}, \varepsilon = \frac{\mu \mathrm{T}}{\rho l^2}$$

$\varphi(z)$ – безразмерная функция b, $\psi(z)$ – безразмерная функция β, v_0 – характерная скорость, μ – вязкость жидкости, T – характерное время, l – характерная длина

Пренебрегая вязкостью ($\varepsilon \ll 1$) и предполагая, что $\psi(z) = \psi_0 = const$, а решение задачи (5) стационарно, получаем кубическое уравнение относительно скорости:

$$\frac{v^3}{2} - \delta z\psi_0 v + \delta C_1\varphi(z) - C_2 = 0$$
$$u = \frac{C_1}{v} \qquad (6)$$

где C_1, C_2 – некоторые постоянные

Графики функций v и u для постоянной функции φ (среда, в которой развивается трещина однородная) имеют вид:

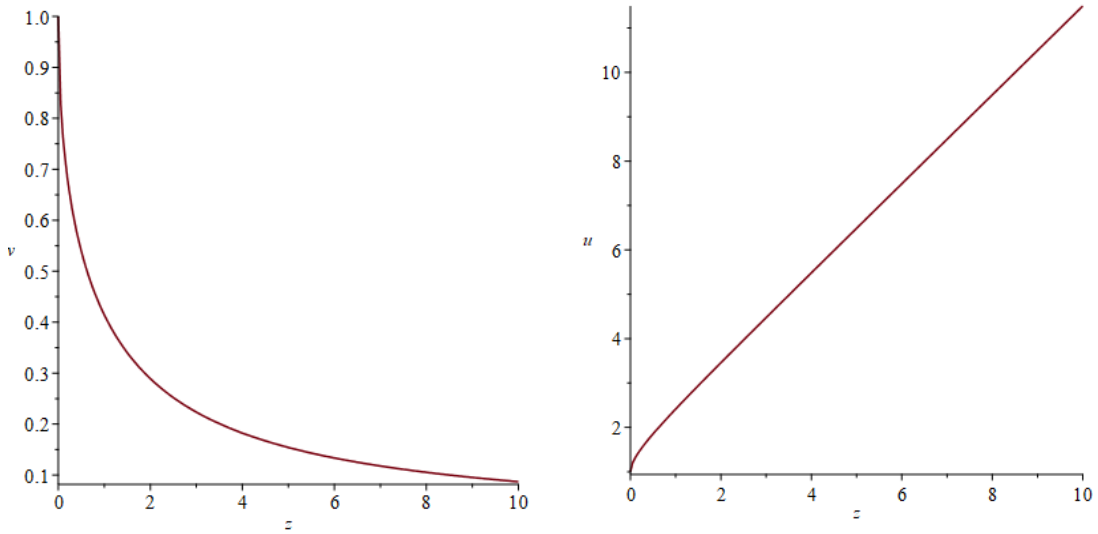


Рисунок 1. Графики функций v(z), u(z) для постоянной ф(z)

В случае распространения трещины в периодически изменяющейся среде $\varphi(z) = \varphi_0 + \varphi_1 \cos(\gamma z)$ v и u имеют вид

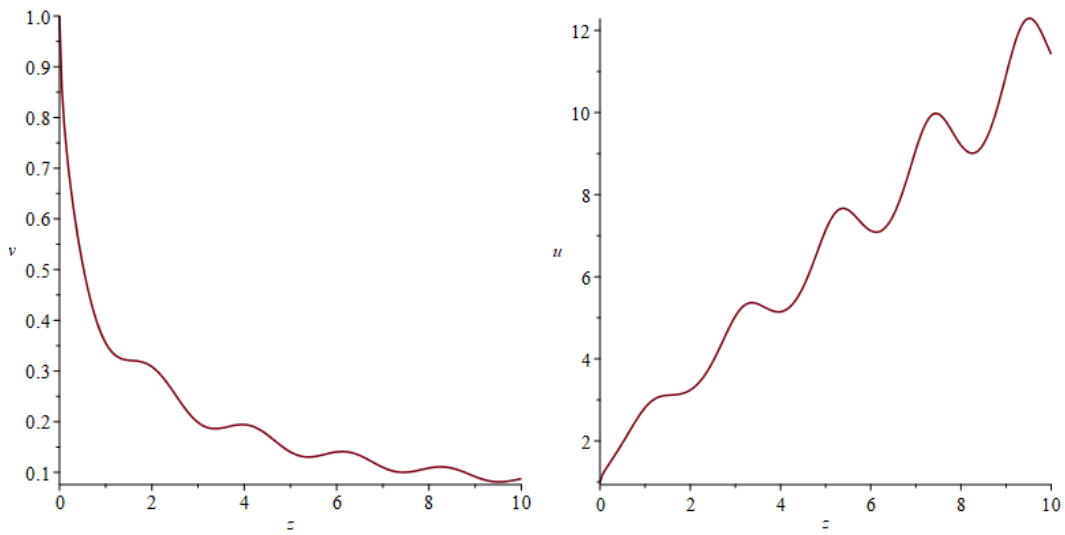


Рисунок 2. Графики функций v(z), u(z) для периодической ф(z)

Также было выполнено численное исследование (5) и показано, что при $t \to \infty$ решение (5) стремится к решению (6)

Список литературы

[1] А.М. Ильясов, Г.Т. Булгакова. Квазиодномерная модель гиперболического типа развития трещины гидроразрыва пласта. Вести Самарского государственного технического университета. Серия: физ.-мат. науки – 2016.

[2] В.А. Байков, Г.Т. Булгакова, А.М. Ильясов, Д.В. Кашапов. К оценке геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта. Механика жидкости и газа, 2018, №5, с. 64-75.

[3] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – Москва: Дрофа, 2003. – 840 с.

[4] Желтов Ю.П., Христианович С.А. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта. Изв. АН СССР. ОТН. 1955. - №5.

[5] Мусхелишвилли Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. Акад. наук СССР. 1954.

Диагностика режимов фильтрации флюида в системе «трещина с незакрепленными бортами—трещиновато-пористый пласт» при гидравлическом разрыве пласта

[1,3]Байков В.А., [2,3]Насырова Д.А., [3]Шайхуллин А.Р.

[1]ООО «РН-БашНИПИнефть», УФА
[2]Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа
[3]Уфимский Университет Науки и Технологий, Уфа

Гидроразрыв пласта (ГРП) – один из важнейших методов интенсификации добычи углеводородов за счёт образования высокопроводящих трещин в пласте. Этот метод воздействия на пласт, способствующий повышению продуктивности скважин, позволяет резко и существенно увеличить как дебит добывающих, так и приёмистость нагнетательных скважин.

Решена задача о течении флюида в одиночной нелинейной магистральной трещине (незакрепленные борта) в нелинейной трещиновато-пористой среде. Трещина рассматривается в рамках PKN-приближения, то есть $H<<L$, где H - высота, L – длина трещины. Развитие такой динамической магистральной трещины описывается тремя группами уравнений[1]. Первая группа описывает движение вязкой ньютоновской жидкости внутри трещины. Вторая группа описывает деформацию упругого пласта при действии на него «чистого» давления $p_{net}=P-\sigma_{min}>0$, здесь P - давление жидкости в трещине, σ_{min} – минимальное горизонтальное напряжение. Третья группа описывает фильтрацию в матрицу, которая является нелинейной трещиновато-пористой средой. Нелинейность течения в магистральной трещине объясняется тем, что борта трещины ГРП не закреплены.

Была проведена серия расчетов в лицензированных программных продуктах ПАО НК Роснефть РН-КИМ и РН-ВЕГА. Расчеты проводились при различных значениях давления раскрытия трещиноватости матрицы породы. По результатам расчетов на диагностических кривых выявлены:

а) на двойной логарифмической производной давления - эффект влияния трещиноватости матрицы на кривые падения давления. При отсутствии трещиноватости матрицы и низкой ее проницаемости на диагностических кривых получен режим течения линейный к трещине. Трещиноватость матрицы дает дополнительный режим течения – билинейный, полученный за счет фильтрации в микротрещинах матрицы и в самой трещине. Исследован переходной режим между билинейным и линейным к трещине течением и выявлены диагностические критерии[2].

б) На диагностических кривых по G-функции показано выявление эффекта перехода от нелинейной фильтрации внутри трещины (борта трещины не закреплены) к трещине с постоянной проницаемостью (борта закреплены пропантом - остаточная проницаемость).

Литература

[1] Андреев Е.Ю., Байков В.А., Борщук О.С. О моделях геометрически сложных трещин и стимулированного объема пласта при его гидравлическом разрыве // Нефтяное хозяйство. – 2024. – № 9. – С. 70-74.

[2] Bourdet D. Well test analysis: the use of advanced interpretation models. – Paris, 2002.

Моделирование выноса водных скоплений из нефтепровода методом Volume of Fluid в ANSYS Fluent

Баймуратова А. А.

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

В процессе перекачки нефти и нефтепродуктов в полости трубопроводов происходит постепенное формирование скоплений воды. Их присутствие в трубопроводах создает дополнительное гидравлическое сопротивление, что повышает энергозатраты на перекачку, создает проблемы при инвентаризации, ускоряет коррозию внутренней поверхности трубы.

Двухфазный поток нефти и воды в трубах был тщательно изучен в последние десятилетия, поскольку он проявляется во многих промышленных процессах и в частности, в нефтяной промышленности. Точное прогнозирование распределения захваченной воды, механизмов динамики жидкости, управляющих ее движением, и минимального расхода нефти, необходимого для ее вытеснения, имеют важное значение для оптимизации процесса вымывания.

В данной работе при помощи численного исследования показан процесс вытеснения воды из нефтепровода при различных скоростях потока нефти с оценкой производительности расчетов.

Согласно формулировке VOF, нефть и вода рассматриваются как единая смешанная жидкость с переменными свойствами по всей поверхности раздела, а объемная доля α определяет распределение каждой фазы на фиксированной вычислительной сетке.

При моделировании решаются нестационарные уравнения Навье-Стокса для несжимаемого потока и ньютоновской жидкости:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \upsilon) + \nabla(\rho \upsilon \upsilon) = \\ = -\nabla p + \nabla\left(\mu(\nabla \upsilon + \nabla \upsilon^{-T})\right) + \rho g + F, \quad (1)$$

где υ – вектор скорости, μ – вязкость, p – давление, g – ускорение свободного падения, F – объемная сила, учитывающая поверхностное натяжение и другие эффекты. Используется метод контрольных объёмов, то есть для каждого элемента сетки записывается уравнение, описывающее баланс импульса и массы жидкости в ячейке.

В качестве основного способа описания двухфазного потока используется модель volume of fluid. Граница раздела определяется решением уравнения неразрывности для объемной доли фазы:

$$\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\alpha_q \rho_q\right) + \nabla\left(\alpha_q \rho_q \upsilon_q\right)\right] = 0, \quad (1)$$

где t – время, α – объемная доля фазы, p_q – плотность фазы q, v_q – средняя скорость фазы q. Объемная доля представляет собой отношение объема ячейки, занимаемого первичной фазой и следовательно, находится в диапазоне от 0 до 1.

Контактный угол используется в модели путем учета сил поверхностного натяжения в уравнении движения.

Дополнительные уравнения и слагаемые в модели также возникают при учете характеристик турбулентного течения, что актуально при больших числах Рейнольдса. Существует большое количество моделей турбулентности, пригодных для корректного описания различных режимов течений.

Была разработана расчетная модель участка нефтепровода с изгибом, содержащего остаточное водное скопление, через который подается поток масла. В качестве способа описания двухфазного потока используется метод VOF. Объемная сила тяжести (ускорение свободного падения) – 9,81 м/с^2, параметры вязкости модель турбулентности Realizable k-epsilon, параметры фазы: плотность масла и воды – соответственно 860,8 и 1000 или 1323 кг/м^3; кинематическая вязкость масла и воды – соответственно 0,0000226 и 0,000001 м^2/с. Граничные условия: был настроен плавный пуск на входе при помощи задания выражения, например для скорости подачи 0.3м/с, вида IF(t<0.5[s], 0.3[m/s]*(t/0.5[s], 0.3[m/s]).

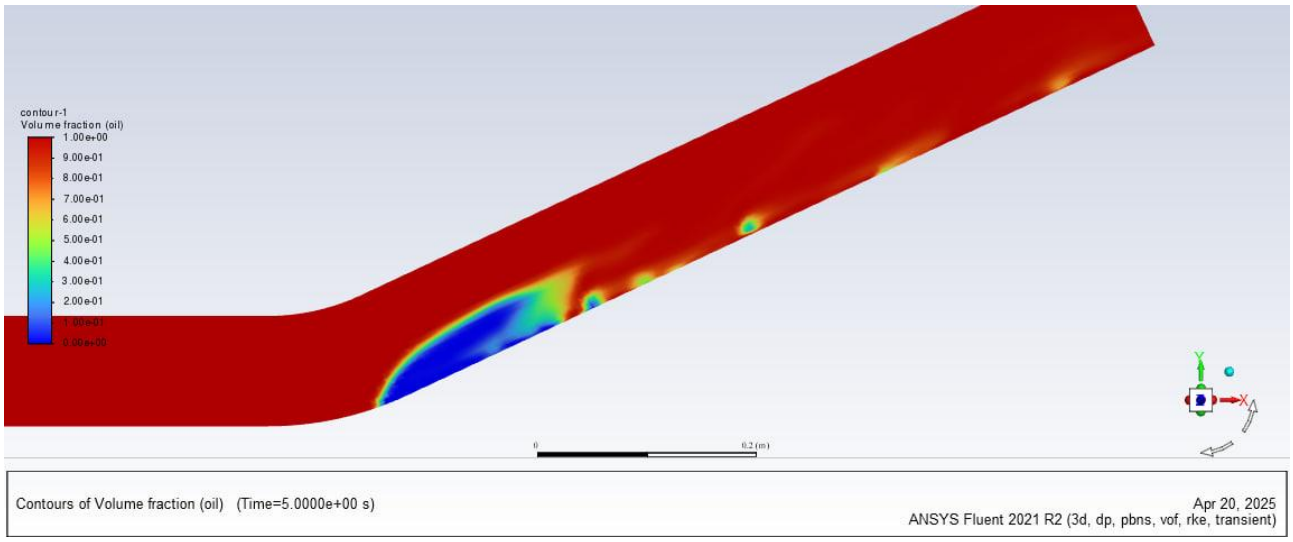


Рис. 1. Распределение объёмной доли воды при скорости 0.3 м/с.

Результаты численного моделирования показали, что при скорости подачи 0.2 м/с выноса скопления воды не произошло. При низкой скорости подачи масла силы поверхностного натяжения преобладают над выносным эффектом потока. При скорости 0.25 м/с видно, что граница вода-масло размыта. Можно заметить отрыв капель от основной массы воды. При числе итераций 1200 и скорости 0.25 м/с заметно отделение капель от основного объема воды, которые движутся к выходу. Однако из-за небольшой скорости подачи масла выноса скопления основной части воды не происходит.

На рис. 1 показано, что при скорости подачи масла 0.3 м/с наблюдается отрыв капель большего размера, которые движутся к выходу, от основной массы воды. Капиллярные силы начинают доминировать, вызывая неустойчивость границы раздела. Также с наблюдаются вихревые потоки на границе основной части воды, которые возвращают часть воды. Происходит постепенный вынос воды из трубы. При скорости 0.5 м/с также видно, что вихревая зона в верхней части трубы возвращает часть воды. При больших скоростях подачи масла вода движется как единое целое без фрагментации. Инерционные силы потока масла превосходят силы поверхностного натяжения, что предотвращает образование капель.

В ходе исследования проводилась серия вычислительных экспериментов для определения зависимости эффективности выноса водных скоплений от скорости потока нефти, а также для анализа влияния сил поверхностного натяжения и турбулентных эффектов на динамику границы раздела фаз. Полученные результаты позволили установить критические режимы течения, при которых происходит полное удаление воды из трубопровода, и выявить характерные особенности фрагментации водного скопления при различных скоростях перекачки.

Список литературы

[1] Коршак А.А., Пшенин В.В. Моделирование выноса водных скоплений из нефтепроводов методами вычислительной гидродинамики // Нефтяное хозяйство. – 2023. –№ 10. – С. 117-122.

[2] Magnini M., Ullmann A., Brauner N., Thome J.R. Numerical study of water displacement from the elbow of an inclined oil pipeline // Journal of Petroleum Science and Engineering [Электронный ресурс]. — Режим доступа: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0920410518302535.

О параметрах хаммер – эффекта при проведении гидроразрыва пласта

Башмаков Р.А.[*], Нагаева З.М.[**], Кашапов Д.В.[**]

[*]Уфимский университет науки и технологий
[**]Уфимский государственный нефтяной технический университет

Пять лет назад появилась работа [1], в которой В.Ш. Шагаповым была предложена математическая модель, позволяющая находить собственные частоты колебаний столба жидкости в нефтяной скважине. Природа резких колебаний давления – гидроудара (хаммер – эффекта) описывалась не как результат колебаний стенок трещины гидравлического разрыва пласта, а как собственные колебания столба жидкости в системе «скважина -трещина ГРП – пласт», инициируемые резким закрытием закачивающих насосов. Длина возникающей при этом волны соизмерима с длиной скважины. Опытные данные измерений, проведенных на реальных скважинах приведены в работе [3]. В [4] приведена модель, проводящая аналогию с электрической цепью, содержащей индуктивность, емкость и сопротивление.

В последующие годы В.Ш. Шагаповым и его учениками были разработаны модели для различных видов скважин, различных видов трещин (параллельных стволу скважины, перпендикулярных стволу) и для много стадийного гидроразрыва пласта (см. [5], [6]). Предложенные модели пригодны при рассмотрении больших по размеру трещин, т. к. для упрощения задачи предполагалось, что трещина имеет бесконечный размер.

В данной работе рассмотрена вертикальная скважина с узкой симметричной вертикальной трещиной ГРП, параллельной стволу скважины, длина которой конечна. Также ставится вопрос о нахождении координат точек инициации трещин при проведении повторного, «слепого» ГРП.

Список литературы

[1] Шагапов В. Ш., Башмаков Р. А., Рафикова Г. Р., Мамаева З. З. Затухающие собственные колебания жидкости в скважине, сообщающейся с пластом // Прикладная механика и техническая физика. – 2020. – Т. 61, № 4(362). – С. 5-14. – DOI 10.15372/PMTF20200401.

[2] Байков В.А., Булгакова Г.Т., Ильясов А.М., Кашапов Д.В. К оценке геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 5. С. 64-75. DOI 10.31857/S056852810001790-0

[3] Wang X., Hovem K., Moos D., Quan Y. Water hammer effects on water injection well performance and longevity // SPE Intern. symp. and exhibition on formation damage control, Lafayette (USA), 13–15 Febr. 2008. SPE 112282. DOI:10.2118/112282-MS

[4] Ляпидевский В. Ю., Неверов В. В., Кривцов А. М., Математическая модель гидроудара в вертикальной скважине // Сиб. электрон. матем. изв., 2018, т. 15, С. 1687–1696. DOI: 10.33048/semi.2018.15.140

[5] Шагапов В. Ш., Башмаков Р. А., Рафикова Г. Р., Мамаева З. З. Анализ коллекторских характеристик призабойной зоны пласта, подверженного гидравлическому разрыву по собственным колебаниям столба жидкости в скважине // Инженерно-физический журнал. – 2023. – Т. 96, № 2. – С. 281-288. – EDN KPBMRS.

[6] Башмаков Р. А., Насырова Д. А., Хакимова З. Р. Собственные колебания жидкости в скважине, сообщающейся с пластом системой радиальных трещин // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2024. – № 2. – С. 126-134. – DOI 10.31857/S1024708424020115.

Численное моделирование вскипания струи перегретой воды при истечении через канал малого диаметра

Болотнова Р.Х., Файзуллина Э.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Вопросы истечения из тонкого сопла вскипающей жидкости, изначально находящейся в емкости под высоким давлением, имеют широкие практические приложения при прогнозировании и предотвращении аварийных ситуаций, связанных с разрывами теплоносителей, а также при создании различных устройств для распыления жидкостей на промышленных объектах.

В [1, 2] проводились экспериментальные исследования, посвященные критическому режиму течения пароводяной смеси. В [1] изучалась начальная(быстрая) стадия внезапного истечения недогретой воды из трубы радиуса r=0.0375 м и длиной l=4.1 м при исходных давлении p_0=7 МПа и температуре T_0=515 К. В работе [2] была исследована динамика вскипания струи перегретой воды при истечении из камеры высокого давления через короткий канал диаметром d=0.2 мм в атмосферу для различных начальных параметров, соответствующих состоянию насыщения: T_s=383 ÷ 583 К, p_s=0.1 ÷ 9.8 МПа. В экспериментах [2] была зафиксирована трансформация формы вскипающей струи от цилиндрической к полному раскрытию, а также выявлена неустойчивость струи в режиме ее полного развала.

В представленной работе проведено численное моделирование и исследование динамики формирования вскипающей струи перегретой воды, истекающей из сосуда высокого давления через тонкое сопло при докритических и сверхкритических параметрах. Особое внимание уделено режиму формирования развала струи, проведенному в эксперименте [2].

Для решения поставленной задачи была разработана двухфазная модель парожидкостной смеси, учитывающая контактный теплообмен и неравновесные массообменные процессы испарения и конденсации в двухтемпературном, однодавленческом и двухскоростном приближениях. Модельные уравнения представлены ниже в трехмерной декартовой системе координат [3, 4]:

уравнения сохранения массы i-ой фазы

$$\frac{\partial\left(\alpha_i\rho_i\right)}{\partial t}+\operatorname{div}\left(\alpha_i\rho_i\mathbf{v}_i\right)=J_{ij}, \tag{1}$$

уравнения сохранения импульса i-ой фазы

$$\begin{gathered}\frac{\partial\left(\alpha_i\rho_i\mathbf{v}_i\right)}{\partial t}+\operatorname{div}\left(\alpha_i\rho_i\mathbf{v}_i\mathbf{v}_i\right)= \\ -\alpha_i\nabla p+\operatorname{div}\left(\alpha_i\tau_i\right)+\mathbf{F}_{i,drag}+\mathbf{F}_{i,vm}+J_{ij}\mathbf{v}_i,\end{gathered} \tag{2}$$

уравнения сохранения полной энергии i-ой фазы

$$\begin{gathered}\frac{\partial\left(\alpha_i\rho_iE_i\right)}{\partial t}+\operatorname{div}\left(\alpha_i\rho_iE_i\mathbf{v}_i\right)=-p\frac{\partial\alpha_i}{\partial t}- \\ -\operatorname{div}\left(\alpha_i\mathbf{v}_ip\right)+\operatorname{div}\left(\alpha_i\mathbf{v}_i\tau_i\right)+\operatorname{div}\left(\alpha_i\gamma_{i,eff}\nabla h_i\right)+ \\ +K_{ht}(T_j-T_i)+l_sJ_{ij}.\end{gathered} \tag{3}$$

Сила присоединенных масс в (2) имеет вид:

$$\mathbf{F}_{i,vm}=0.5\alpha_l\rho_g\left(\frac{d_i\mathbf{v}_i}{dt}-\frac{d_j\mathbf{v}_j}{dt}\right). \tag{4}$$

Межфазное сопротивление описано моделью Шиллера–Науманна:

$$\mathbf{F}_{i,drag}=\frac{3}{4}\alpha_lC_D\frac{\rho_g}{d_{l0}}(\mathbf{v}_i-\mathbf{v}_j)|\mathbf{v}_i-\mathbf{v}_j|. \tag{5}$$

В уравнениях (1)–(5) использовались следующие обозначения: ρ_i–плотность, T_i–температура, α_i–объемное содержание, $\mathbf{v}_i$–вектор скорости,J_{ij}–скорость массообмена между i–й и j–й фазами, p–давление, τ_i–тензор вязких напряжений:

$$\tau_i=\mu_i(\nabla\mathbf{v}_i+\nabla\mathbf{v}_i^T)-\frac{2}{3}(\mu_i div\mathbf{v}_i)\mathbf{I},$$

$\mathbf{I}$–единичный тензор, μ_i–динамическая вязкость, E_i=e_i+K_i–полная энергия в виде суммы внутренней и кинетической энергий, $\gamma_{i,eff}$–эффективная температуропроводность, h_i–энтальпия,$\mathbf{v}$=$\alpha_l\mathbf{v}_l$+$\alpha_g\mathbf{v}_g$–скорость парожидкостной смеси, K_{ht}=(κ_g/d_{l0})Nu–коэффициент теплообмена, κ_g–теплопроводность газа, Nu–число Нуссельта, l_s–теплота парообразования/конденсации, d_{l0}–диаметр капель. Нижние индексы i,j=1, 2 соответствуют жидкой (l) и газовой фазам $(g)(i\neq j)$.

Для уравнения состояния пара принята форма Пенга–Робинсона [5]:

$$p=\frac{RT_g}{V_m-b}-\frac{a(T_g)}{V_m(V_m+b)+b(V_m-b)} \tag{6}$$

Свойства жидкой фазы воды описываются по аналогии [6] линейным по температуре и плотности уравнением состояния. Скорость испарения J_{lg} согласно [6], предполагается зависимой от числа n и радиуса a пузырьков, температуры насыщения $T_s(p)$, теплоты парообразования $l_s(T)$, коэффициента теплопроводности λ_l и числа Нуссельта Nu:

$$J_{lg} = 2\pi a n \mathrm{Nu} \lambda_l \frac{(T - T_s(p))}{l_s(T)}, \qquad (7)$$

Фазовый переход жидкость–пар происходит в условиях неравновесного перегретого состояния, когда температура среды превышает температуру насыщения [6]: $T > T_s(p) + \triangle T_s$, где $\triangle T_s$–степень перегрева по температуре. Численная реализация предложенной модели была осуществлена с применением пакета OpenFOAM [7].

В ходе моделирования экспериментов [2] для расчетов в камере высокого давления были использованы следующие начальные условия, соответствующие состоянию насыщения: p_{s1}=19 бар, T_{s1}=483 К и p_{s2}=85.7 бар, T_{s2}=573 К.

В результате проведенных расчетов были получены распределения массовых скоростей пароводяного потока. Установлено, что при низкой степени перегрева p_{s1}=19 бар, T_{s1}=483 К струя сохраняет коническую форму. При режиме истечения с начальными условиями p_{s2}=85.7 бар, T_{s2}=573 К наблюдается процесс развала струи, когда угол ее раскрытия достигает 180°. Визуализация расчетов, выполненная с использованием графического пакета Paraview, выявила режим установления процесса раскрытия струи. По итогам выполненных расчетов было установлено удовлетворительное согласование полученных результатов с экспериментальными данными.

Исследования выполнены при поддержке средствами госбюджета по госзаданию №124030400064-2 (FMRS-2024-0001).

Список литературы

[1] Edwards A.R., O' Brien T.P. Studies of phenomena connected with the depressurization of water reactors // Journal of the British Nuclear Energy Society. 1970. V. 9, No. 2. Pp. 125-135.

[2] Бусов К.А., Мажейко Н.А., Скоков В.Н. Вскипание струи перегретой воды при истечении через канал малого диаметра // Письма в журнал технической физики. 2022. Т. 48, № 24. С. 8-10.

[3] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред // М.: Наука, 1987. Ч.1. 464 с., Ч. 2. 360 с.

[4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теоретическая физика. Гидродинамика// М.: Наука, 1986. ч. 6.

[5] Peng D.Y., Robinson D.B. A new two-constant equation of state // Industrial and Engineering Chemistry:Fundamentals. 1976. Vol. 15. Pp. 59–64.

[6] Болотнова Р.Х., Бузина В.А., Галимзянов М.Н., Шагапов В.Ш. Гидродинамические особенности процессов истечения вскипающей жидкости // Теплофизика и аэромеханика. 2012. № 6. С. 719–730.

[7] OpenFOAM. The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox [Electronic source]. http://www.openfoam.com.

Особенности энергопоглощающих свойств водной пен при воздействии взрывной волны

Болотнова Р.Х., Шигапов А.М.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Изучение энергопоглощающих свойств пен при воздействии взрывной волны является актуальным направлением исследований, поскольку уникальная структура пен позволяет значительно снижать интенсивность ударных волн и, таким образом, обеспечивает эффективную защиту от динамического воздействия [1, 2].

В работах [3, 4] предложены двухфазные модели, описывающие водную пену как газокапельную смесь, в которую пена трансформируется при разрушении её структуры под воздействием высокоинтенсивного ударного воздействия. В [5, 6] на основе разработанной упруго-вязко-пластической модели водной пены численно исследовано ее поведение при слабых ударных нагрузках.

Настоящая работа является продолжением авторских исследований, начатых в [7], и посвящена изучению влияния водной пены на динамику распространения ударных волн (УВ) и исследованию ее энергопоглощающих свойств, под воздействием взрыва в условиях экспериментов [8], в которых опытным путем рассматривалась эффективность снижения интенсивности возникающей УВ посредством защитного барьера из водной пены при использовании зарядов взрывчатого вещества (ВВ) массой 82 г с плотностью 1460 кг/м^3. В моделируемых экспериментах, в соответствии с [8] заряд ВВ располагался внутри полусферического слоя пены, имеющего радиус 0.2 м, при плотности пены 60 кг/м^3. Для измерения избыточного давления УВ датчики устанавливались вне области локализации пены на высоте 0.23 м выше уровня стенда на расстоянии 0.5, 0.65, 0.7, 0.8 и 0.85 (м) от центра взрыва.

Численное моделирование исследуемого процесса базируется на разработанной двухфазной газожидкостной модели водной пены [3] в однодавленческом, двухскоростном и двухтемпературном приближениях с учётом сил межфазного взаимодействия и теплообмена между фазами. Численная реализация модели проведена с использованием решателя TwoPhaseEulerFoam, входящего в состав открытого программного комплекса OpenFOAM [9]. Результаты расчётов визуализированы в виде полей давления в разные моменты времени с применением графического пакета ParaView.

Проведенный сравнительный анализ численных решений по динамике и интенсивности формирующегося импульса давления и экспериментальных измерений [8] показал их удовлетворительное согласование и подтвердил способность водной пены уменьшать интенсивность ударных волн при воздействии взрыва. Оценено влияние толщины пенной преграды на уровень снижения скорости и амплитуды ударного импульса, что позволило определить безопасное расстояние от центра взрыва как при наличии пенной защиты, так и без неё.

Работа выполнена при финансовой поддержке средствами госбюджета по госзаданию 124030400064-2 (FMRS-2024-0001).

Список литературы

[1] Monson K.L., Kyllonen K.M., Leggitt J.L. et al. Blast suppression foam, aqueous gel blocks, and their effect on subsequent analysis of forensic evidence // J Forensic Sci. 2020. Vol. 65, No 6. Pp. 1894–1907.

[2] Monloubou M., Le Clanche J., Kerampran S. New experimental and numerical methods to characterise the attenuation of a shock wave by a liquid foam // AFM. 2019. No. 255125.

[3] Bolotnova R. Kh., Gainullina E.F. Wave dynamics and vortex formation under the impact of a spherical impulse on the boundary between gas and aqueous foam // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. Vol. 1268. No. 012015.

[4] Bolotnova R. Kh., Gainullina E.F. Modeling Dynamics of Shock Impact on Aqueous Foams with Account for Viscoelastic Properties and Syneresis Phenomena // Fluid Dynamics. 2020. Vol. 55, No. 5. Pp. 604-608.

[5] Bolotnova R. Kh., Gainullina E.F. Influence of the dissipative properties of aqueous foam on the dynamics of shock waves // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2020. Vol. 61, No. 4. Pp. 510–516.

[6] Bolotnova R. Kh., Gainullina E.F. Modeling of weak shock waves propagation in aqueous foam layer // J. Phys. Conf. Ser. 2021. Vol. 2103. No. 012217.

[7] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Моделирование распространения слабых ударных волн в слое водяной пены // Письма в ЖТФ. 2023. Т. 49, вып. 24. С. 42-45.

[8] Khurshid A., Malik A.Q. Experimental studies on blast mitigation capabilities of conventional dry aqueous foam // AIP Advances. 2020. Vol. 10. No. 065130.

[9] OpenFOAM. The Open source computational fluid dynamics (CFD) toolbox [Электронный ресурс]. http://www.openfoam.com

Режимы глушения вертикальной скважины

Бородина К.А.*

*Тюменский государственный университет, Тюмень

Важным этапом эксплуатации нефтяного месторождения является остановка работы на некоторых участках. Ствол скважины заполняется тяжелой жидкостью и закрывается. Распространен процесс глушения введением в обсадную колонну насосно-компрессорной трубы, через которую подается тяжелая жидкость. Заполнение внутренней трубы происходит без потерь. Замещение нефтяной фазы из затрубного пространства подаваемой на устье жидкостью глушения представляет особый интерес ввиду потерь на забое, которые препятствуют продвижению фронта вытеснения и могут быть весьма существенными. Интенсивность ухода подаваемой жидкости в пласт зависит от величины давления на забое. Динамика течения в затрубном пространстве заранее не известна и определяется в процессе решения полной задачи. Анализ эффективности применения различных жидкостей проведен в [1]. Неправильный подбор параметров глушения может привести к возникновению осложнений [2].

В настоящей работе изучено поведение системы при различных режимах сброса давления на устье и подачи замещающей жидкости. Найден исключающий утечку в грунт оптимальный режим сброса давления, согласованный со скоростью подачи жидкости глушения. Давление на выходе $p_{out} = p_{out}(t)$ и положение фронта $x_f = x_f(t)$ определяются уравнениями [3]:

$$p_{out}(t) = p_{out}(0) + (\rho_1 (h - x_f) + \rho_2 x_f)\, u'_{in}(t) -$$

$$[\lambda_1 \rho_1 (h - x_f) + \lambda_2 \rho_2 x_f]\, \frac{u_{in}^2}{2d} - g\,(h - x_f)\,(\rho_1 - \rho_2)\,,$$

$$x_f(t) = h + \int_0^t u_{in}(t)\ dt.$$

Здесь λ – коэффициент сопротивления, d – зазор в кольцевом сечении, u_{in} – скорость втекания, h - глубина скважины. Процесс может продолжаться до момента выхода из затрубного пространства первой жидкости $x_f(\tau) = 0$.

Проанализированы два режима, близких к оптимальному и приемлемых для технического расчета. Показано, что на основном этапе процесса глушения наиболее целесообразен линейный сброс давления от начального значения до конечного, учитывающего вязкое сопротивление потоку. Установлено, что учет изменения только гидростатического давления, обусловленного увеличением общего веса жидкостей без учета сопротивления потоку, дает некорректное описание. Визуально несущественное отклонение от оптимального режима может настолько изменить характер течения, что даже увеличение времени глушения не позволит целиком заполнить затрубное пространство. Пример затрудненного продвижения фронта вытеснения иллюстрирует рисунок 1.

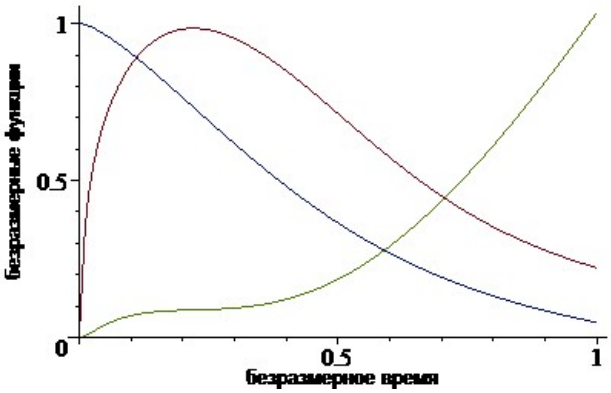


Рис. 1. Зависимость безразмерных функций от времени t/τ: скорость в кольцевом сечении $(-u)/u_0$ (красная линия), положение фронта вытеснения x_f/h (синяя), общие потери жидкости глушения V/V_0 (зеленая);

$u_0 = 1$ м/с, $h = 3000$ м, $V_0 = 12$ м^3, $\tau = 4500$ с

Показаны продвижение фронта вытеснения, скорость потока и потери жидкости глушения. Скорость течения достигает максимума, и затем заметно снижается вследствие возрастающих потерь, соответственно, движение фронта замедляется и не достигает устья скважины. Увеличение времени глушения не позволяет при данном режиме целиком заполнить затрубное пространство, при этом потери существенно возрастают.

Список литературы

[1] Зейгман Ю.В., Мухаметшин В.Ш., Харина С.Б. и др. Особенности выбора составов жидкостей глушения скважин в осложненных условиях эксплуатации скважин // Нефтяное хозяйство. 2017. № 1. С. 66-69.

[2] Здольник С.Е., Хандрико А.Н., Аханкин О.Б. Глушение скважин с контролем поглощения в условиях интенсификации разработки терригенных коллекторов // Нефтяное хозяйство. 2007. № 11. С. 62-65.

[3] Татосов А.В., Бородина К.А. Оптимальный режим сброса давления в процессе глушения вертикальной скважины // Нефтегазовое дело. 2025. Т. 23, № 1. С. 131-137.

Моделирование растекания капли при помощи метода фазового поля

Буров Н.А.*

* Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», департамент прикладной математики МИЭМ НИУ ВШЭ

Метод фазового поля широко применяется для моделирования течений многофазных жидкостей и газов со свободной границей раздела [1].

Его суть заключается во введении дополнительной непрерывной функции порядка, которая часто обозначается как ϕ, принимающей значения от -1 до 1 и соответсвующей фазе жидкости. При устремлении параметра регуляризации этой функции (ε) к 0 решение задачи методом фазового поля будет стремиться к решению предельной задачи [2, 3].

Данная работа рассматривает задачу растекания капли. Сложностью прямого численного моделирования предельной задачи является необходимость постоянного отслеживания свободной границы жидкостей, которая может принимать нетривиальную форму. При использовании же метода фазового поля границей раздела фаз является линия нулевого уровня функции порядка.

Математическая модель решаемой задачи состоит из уравнений Навье-Стокса, неразрывности и уравнения Алена-Кана:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\mathrm{Re}}\nabla^2\mathbf{u} - \mathbf{F}_\sigma, \quad (1)$$

$$\langle \nabla, \mathbf{u}\rangle = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \langle \mathbf{U}, \nabla\phi\rangle = \frac{1}{Pe}(-f'(\phi) + \varepsilon^2\Delta\phi), \quad (3)$$

$$f(\phi) = \phi^3 - \phi, \quad (4)$$

где $\mathbf{u} = (u, v)$ – вектор скорости, p – давление, ϕ – фаза жидкости, Pe – число Пекле, Re – число Рейнольдса, $Re = Re_1$ при $\phi > 0$ и $Re = Re_2$ при $\phi < 0$, а $\mathbf{F}_\sigma$ – сила поверхностного натяжения.

Для текущего решения задачи используется [4]:

$$\mathbf{F}_\sigma = \frac{3\sqrt{2\varepsilon}}{4We}\nabla\cdot\left(\frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}\right)|\nabla\phi|\nabla\phi, \quad (3)$$

где We – число Вебера. Такое определение силы поверхностного натяжения позволяет посчитать давление как решение уравнения Лапласа [4]:

$$\nabla^2 p = \nabla\cdot\mathbf{F}_\sigma \quad (4)$$

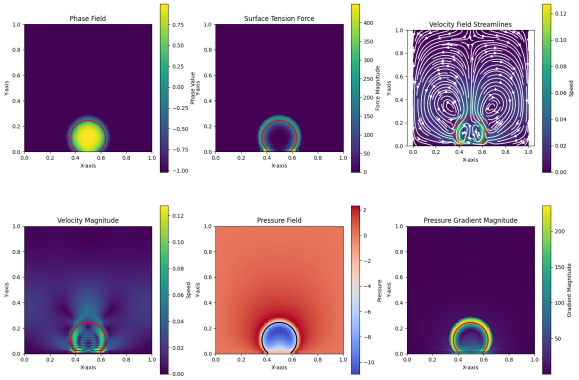
Система уравнений дополнена граничными условиями прилипания к обтекаемой поверхности и угла контакта:

$$\mathbf{u}|_{y=0} = 0$$

$$\mathbf{n}\cdot\nabla\phi = -|\nabla\phi|\cos(180 - \theta).$$

Граничное условие угла контакта позволяет вычислять значение фазы в точках, где не определена нормаль к поверхности. На верхней и боковой границах для скорости $\mathbf{u}$, фазы ϕ и давления p используются граничные условия Неймана.

Численное моделирование полученных уравнений (1)-(5) обычно выполняется с большим количеством различных вычислительных приемов для соблюдения устойчивости численного метода. При этом в текущей работе используется явная схема с использованием метода проекции для удовлетворения условию неразрывности.



С течением времени капля под действием силы поверхностного натяжения начинает менять свою форму таким образом, чтобы угол контакта свободной границы с пластиной стал равен θ.

При этом, с течением симуляции в капле и в окружающей её жидкости образуются стационарные вихри.

Список литературы

[1] Kim J. Phase-Field Models for Multi-Component Fluid Flows // Commun. comput. phys. 2012. Vol. 12. No. 3. P. 613–661.

[2] Денисова И.В. Движение капли в несжимаемой жидкости : монография / И.В. Денисова, В.А. Солонников. 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 296 с. — Текст : непосредственный.

[3] Caginalp G., Chen X. Phase Field Equations in the Singular Limit of Sharp Interface Problems // The IMA Volumes in Mathematics and its Applications. Springer New York, 1992. P. 1–27.

[4] Lee H.G., Kim J. Accurate contact angle boundary conditions for the Cahn–Hilliard equations // Computers & Fluids. 2011. Vol. 44. No. 1. P. 178–186.

Сингулярный анализ волновых квазирезонансов и пересечений дисперсионных кривых

Бырдин В.М., Зенкина Я.П., Пузакина А.К.

Институт Машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва

1. Введение. В работе предпринят сингулярный анализ диспергирующих волновых процессов. Анализируются дисперсионные уравнения, функции и кривые в окрестностях особых точек. Сингулярным точкам и областям соответствуют ветвления функций и кривых (дву- и 4-ёхзначность,...), пересечения, перегибы и др. особенности и кратности корней дисперсионных уравнений. Изучаются бидвукратные сингулярности – кресты, пересечения кривых в общем случае для произвольных волновых систем, с трансцендентными, алгебраическими и другими сколь угодно сложными законами дисперсии; рассматриваются также дву- и 4-ёхкратные точки и ветви. Получено простое аналитическое выражение для пересечения кривых; выведены эффективные асимптотические формулы. Изучено влияние диссипативных потерь и расстройки частоты и др. параметров на формирование критических волновых режимов. Установлен волновой квази-резо-нанс – биение синфазных бидвукратных волн, их элементарное наложение. В случае пересечения дисперсион-ных кривых прямой и обратной мод возможна стоячая разноимённая волна, переносящая энергию. Обсуждается физический механизм известного волноводного резонанса на критических частотах отсечки. Полученные общие результаты применимы к актуальным задачам акустики, механики и электродинамики. Проведены расчёты на оптических модах жидкого кристалла и акустических волн Лэмба в пластине.

2. Пересечение дисперсионных кривых и бидвукратные ветви. Дисперсионные зависимости или законы дисперсии представляются тремя типами зависимостей [1–3 и мн. др.].

1) Явная аналитическая. $\sigma(v)$, $v = \omega h/C_0$, $\sigma = kh$ или $\sigma = kh/v$. σ и v – безразмерные, нормированные или приведённые величины, k – волновое число исследуемой моды, искомое собственное число, ω – частота. h – размер волновода, толщина элемента или шаг-период системы, $C_0 \coloneqq const(\omega)$ – скорость плоских волн в среде, в *характерном* элементе структуры (света в диэлектрике, звука в воде, продольных волн в твёрдом теле). Сложно структурированным системам свойственна *многомодовость* волновой или колебательной динамики, определённый спектр процесса, чему соответствует многозначность дисперсии, с номерами n для каждой моды: $\sigma = {}_0\{\sigma\}^N$; $n = 0,1,2,\dots,N$; $N \leq \infty$. Достаточно сложным физическим структурам и математическим моделям соответствуют, как правило, трансцендентные законы дисперсии и адекватные бесконечные спектры.

2) Неявная аналитическая зависимость. $\Delta(\sigma, v) = 0$ – в виде *дисперсионного уравнения* (**ДУ**) с аналитической (*голоморфной*) функцией многих переменных, более двух (волнового числа и частоты). Другие переменные в физическом отношении вторичны, выступают в качестве параметров. В теории колебаний дисперсионное уравнение часто называют *характеристическим* и оно связывает собственные частоты с параметрами и константами системы.

3) Численная виртуальная зависимость, табулированная или графическая, заданная в виде таблицы, с основными колонками σ и v, и соотв. кривой. Они возникают в вычислительных и экспериментальных работах. А в связи с экспансией численных методов, компьютерных технологий вычислительной механики и электродинамики, ДУ-ия в явном виде выводятся всё реже. В качестве одного из результатов численного решения выдаются табулированные дисперсионные соотношения, виртуальные функции: $\sigma_n(v)$, $n = 0,1,2,\dots$ Аналитические, функциональные соотношения и асимптотический метод позволяют в общем виде или для частных случаев проанализировать закономерности дисперсии и выяснить физику процесса. Численный и аналитический подходы взаимно дополняют друг друга. В случае табулированных данных посредством

аппроксимации также удаётся переходить к явным аналитическим представлениям, причём с весьма простыми функциями [3].

Необходимо наложить ограничение на наклон дисперсионных кривых: $\sigma' = \partial\sigma/\partial v = C_0/U$, где U – групповая скорость: $0 \le U \le C$, $C = C_S = \sup(C_J)$, $j = 1,2,3,\ldots$, C_S – максимальная из скоростей в компонентах волноведущей системы. В монографии [2] делается попытка строго математически дать основания приведённым здесь ограничениям. Мы предлагаем следующие положения.

Определение 1. *Групповая скорость, соответствующая реальным волновым процессам, всегда конечна и ограничена сверху.*

Определение 2. *Наиболее типичная в физическом плане, дисперсионная кривая даётся строго монотонно возрастающей функцией, так что* $0 < \sigma' < \infty$. *Для обратных волн – монотонно убывающей с отрицательным наклоном* $0 < \sigma' < -\infty$.

Доказательство определений 1 и 2 – обобщение множества теоретических и экспериментальных публикаций и собственных, авторов [3–5 и мн. др.] расчётов.

Т.о. можем качественно построить ряд типов пересечения ДК – рис. 1. Очевидно, что в окрестности точки (σ_b, v_b) (рис. 1*а–г)* имеем двузначности и по σ, и по v.

3. Кресты и нулевые бидвукратности. Методами комплексного анализа и теории неявных функций [см. 3] для бидвукратного соотношения нами получена след. асимптотика:

$$\sigma = \sigma_0 + a_1(v - v_b) + \frac{1}{2}a_{2/1}(v - v_b)^2 + \frac{1}{6}a_{3/1}(v - v_b)^3 + \cdots \pm \sqrt{[\frac{1}{2}a_{\frac{2}{2}}(v - v_b)^2 + \frac{1}{6}a_{\frac{3}{2}}(v - v_b)^3 + \cdots]}$$

Дисперсионные уравнения, как правило, являются чётными по волновому числу и частоте. Поэтому в нуле, $\sigma = 0$, имеет место тождество: $\Delta'_\sigma(0, v) \equiv 0$. Так что условия пересечения ДК-ых, упрощаются до системы двух уравнений: $\Delta(0, v) = 0,\ \Delta'_v(0, v) = 0$. Следовательно, упростятся и асимптоты *нулевой бидвукратности* $\sigma(v) = \pm a_2(v - v_b)\sqrt{[1 + 0(v - v_b) + \cdots] + 0((v - v_b)^2)}$. Как оказалось, весьма актуальные в технической физике, вибро-акустические моды Лэмба в пластине имеют, по крайней мере, нулевые бидвукратности; причём их бесконечные спектры, как по частоте, так и по коэффициенту Пуассона.

4. О раздвоении нормальных волн на сингулярных частотах, их наложении и квазирезонансах. Что происходит в волноводе или в сложной среде на сингулярных частотах? И как данный выше анализ описывает этот важный, физический и прикладной вопрос? Возможен ли резонанс на бидвукратной частоте?

4.1. О волновых квази-резонансах и принципиальном отличии от колебательных колебательных резонансов. Во-первых, уточним понятие волнового резонанса, *квазирезонанса*, его отличие от классических резонансов колебательных систем с сосредоточенными параметрами. Суть резонанса в максимальном накоплении колебательной энергии в закрытой системе: в осцилляторе, в колебательном контуре (электрическом или механическом), в мембране, резонаторе и т.д. Накопление энергии, теоретически, вплоть до бесконечности, практически же ограничено диссипативным и нелинейным (через кратные гармоники) рассеянием резонансного колебания. В волноводе же или в среде, как открытой системе, вообще говоря, резонанс принципиально невозможен: энергия уносится на бесконечность бегущими волнами (с групповой скоростью, равной скорости переноса энергии, по обобщённой теореме Лайтхилла–Леонтовича, см. [2, с. 258] и др.). Поэтому в радиотехнике и электроакустике уже полтора века (от *Германа Гельмгольца*, 1860г) широко применяются резонаторы – короткие отрезки волноводов или замкнутые конечные объёмы. Вместе с тем на

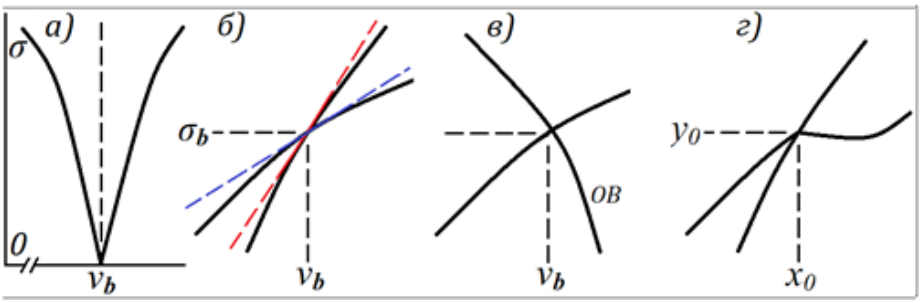


Рис. 1. Виды крестов, пересечений кривых. *а)* в нуле на абсциссе $(0, v_b)$, аналогично и на ординате. *б)* двух прямых волн. *в)* прямой и обратной *(ОВ)*. *г)* Крест с изломом.

критической частоте, когда волновое число и групповая скорость равны нулю, возможно накопление энергии данной моды, хотя и распределённое вдоль волноводного тракта.

Такого рода, *поперечный квазирезонанс* в волноводах наглядно поясняется известной концепцией Бриллюэна о многократном отражении поля от стенок. Что приемлемо и для упругой пластины и более того, и для круглых структур, и криволинейных в плане профилей. Так что на критической частоте модовое поле, переотражаясь меж стенок и получая синфазную внешнюю подкачку от источника, не уносит энергию на бесконечность, а резонансно возрастает. В случае трёхмерной, сильно диспергирующей среды такой интерпре-тации не имеем, как и в открытых (неэкранированных – в радиофизике) волноводах; например, для полупространства с поверхностными волнами.

Сингулярным, критическим режимам соответствуют присоединённые моды, известные в теории волноводов. В механике дисперсионные уравнения Рэлея-Лэмба и Похгаммера–Кри, соотв., для пластины и стержня имеют дву- и 4-ёхкратные нулевые корни (см. [3, 5]). А, например, изученный нами трёхслойный волновод, входящий в модель акустического уровнемера, имеет уже двух-, 4-ёх- и до 10-тикратные нулевые точки. Соотв. им сингулярная (s – индекс) кинематика, асимптотики волнового числа и присоединённой моды-колебания имеют вид: $k_S = A_1{}^{1/R}\sqrt{(\omega - \omega_S)}$; $P_R \exp(-i\omega t)$, $P_R = {}_0\Sigma^R\, d_K x^K$, здесь R – кратность сингулы.

4.2. Диссипативное и дисфазное раздвоение нормальных мод на бидвукратных частотах

Утверждение 1. *В приближении линейной теории слабо-мощных сигналов на бидвукратных частотах не происходит взаимопревращений или взаимодействия двух бегущих мод. Две независимые, «бидвукратные» волны лишь сближаются и совпадают по частоте и волновому числу, а в импульсном режиме ещё и в пространстве и времени. Сходятся и расходятся – смежны. Причём их сближение, «пересечение», не абсолютно и не точно – разделено, по меньшей мере, диссипативно и нелинейно.*

Физически инвариантность смежных, пересекающихся мод интерпретируется на базе принципа суперпозиции. В некоторых публикациях этим волновым движениям и поведению кривых предложен термин «*расталкивание*». Мы полагаем, что «*раздвоение*» волновых чисел более удачное выражение. Т.о. можно говорить о *диссипативном раздвоении смежных мод на бидвукратной частоте*, с разводом (расталкиванием) их волновых векторов и, соотв., дисперсионных кривых. И, наоборот, имеет место *наибольшее сближение, практически пересечение дисперсионных кривых и равенство др. показателей дисперсии в мало-диссипативных идеальных структурах.*

Аналогичное, но *дисфазное* раздвоение возникает при расстройке частоты. Строго точное значение $v = v_b$ практически недостижимо. Причём здесь не только частота ω, но и др. параметры волновой системы, входящие в приведённую безразмерную частоту v (см. примеры в п. 5) могут и реально расстраиваются.

Несмотря на раздвоение, бидвукратность всё же влечёт новое *квази-резонансное явление* – след. п.

4.3. Раздвоение прямой и обратной мод и разноимённая стоячая волна, несущая энергию. Принципиальное раздвоение имеет место при пересечении дисперсионных кривых бегущих прямой (ПВ) и обратной (ОВ) мод (рис. 1*б)*. Что связно с условиями излучения для обратной волны: её фаза движется к источнику колебаний, противоположно фазе обычной, прямой волны, а их групповые скорости и потоки мощности направлены от источника на бесконечность, по волновому тракту. Так что такая, *разноимённая* (ОВ–ПВ; наш термин, см. в [3-5]) бидвукратность влечёт встречное фазовое движение и необычную стоячую волну, *реализуемую без отражателя или 2-го излучателя*, но, традиционно, при малых потерях и равенстве амплитуд встречных мод. Причём вторая и *основная* ***уникальность этой волны – в её энергоёмкости*** (!). *Разноимённая стоячая волна переносит энергию от излучателя*, в отличие от классических стоячих колебаний, с нулевым потоком мощности.

Практическая реализация разноимённой стоячей волны не должна встретить существенных преград. Например, на базе слоистой упругой пластины или стержня спектр сдвиговых мод накладывается на продольные волны, образуя бесконечное множество бидвукратных точек. Таково сочетание уже лэмбовских и простейших *SH* волн, а в круглом стержне – продольных (Похгаммера) и крутильных. Для окончательного вывода потребуются численные расчёты на ПК или натуральный эксперимент.

5. Заключение. В работе изучены бидвукратные сингулярности или кресты, пересечения кривых, раздвоение волновых чисел и соответствующий волновой квази-резонанс.

Наиболее типична нулевая бидвукратность, т.е. на осях $0k$ и 0ω плоскости $k0\omega$. При $k = 0$ модовый поток мощности, в общем случае, очевидно, зануляется и возможна присоединённая мода-колебание, со степенной функцией по продольной оси волнового тракта, $1 + d_1 x + d_1 x^2 + \cdots$. Что и показано ранее в ряде работ. При $\omega = 0$ имеем переход динамики в статику, поэтому необходимы корректные постановки и решения задач. В общем же случае, когда и $k \neq 0$, и $\omega \neq 0$, наблюдается элементарное наложение (типа суперпозиции) двух, в точности синфазных и когерентных, бегущих волн. Однако практически, в силу диссипации и расстройки частоты (как и др. параметров системы) получаем раздвоении (или расталкивание) дисперсии бидвукратно смежных мод, их продольные биения по трассе, с прохождением максимума и дальнейшим затуханием (на бесконечности). Биения устанавливаются через вычеты подынтегральных функций на базе решения краевой задачи. Общие аналитические, точные и асимптотические формулы для бидвукратной сингулярности проиллюстрированы на примерах из кристаллооптики и волн Лэмба в пластине.

О перспективах и приложениях. В предыдущих наших работах были исследованы дву- и 4-ёхкратные и нулевые сингулярности, а также дисперсионные особенности обратных волн. Ряд проблем остаётся открытыми, это обрывы и сгущения дисперсионных функций и кривых. А также особенности с участием обратноволновых мод. Сегодня в мировых и российских центрах крайне востребованы исследования новых метаматериалов и волноводных структур, носителей обратных волн с уникальными эффектами и свойствами. Эти работы нацелены на проблемы стэлс, бесшумности, сверхфокусировки и др. приложения. Другая область – ультразвуковая дефектоскопия металлопроката и мониторинг трубопроводов и сетей. Т.о. необходимо дальнейшее развитие этой, весьма актуальной сингулярной проблематики теории волн.

Список литературы

[1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука, 1987.

[2] Зильберглейт А.С., Копилевич Ю.И. Спектральная теория регулярных волноводов. Л.: ФТИ, 1983.

[3] Бырдин В.М., Пузакина А.К.: 1) О дисперсионных уравнениях в общей теории волн и в матем. физике; 2) Извилины, дуги и петли дисперсионных, трансцен. и виртуальных функций, … // Матем. моделиро-вание, компьютерный и натурный эксперимент в естеств. науках. 2023. № 2. С. 8-28.; № 3. С. 8-25.

[4] Бырдин В.М. Об обратноволновой концепции в общей теории волн, в механике и электродинамике// Волны и вихри в сложных средах: Сб. 12-ой междунар. конф.-школы. М.: ИПМех РАН, 2021. С. 44-49.

[5] Бырдин В.М., Мамонова М.Г. Обратноволновые моды колебаний пластин, стержней и оболочек // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2011. № 1. С. 81-91.

[6] Natkanies I. at al. Phonon dispersion in d_8 – naphthalene crystal at 6^0 K// J. Phys. C: Solid State Phys. 1980. V. 13. № 23. P. 4265,...

[7] Мелешко В.В. О краевом резонансе при осесимметричных колебаниях полубесконечного упругого цилиндра// ДАН Укр. ССР. Сер. А. 1979. № 11. С. 920–924.

[8] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика/ Т. 10 Курса теоретической физики/ Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. М. Наука, 2001.

Эффекты многофазности в механике ультрамелкозернистых материалов

Валиев Р.З.

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

В последние годы исследования в области обработки металлических материалов, а в недавнее время и полимеров, и керамик [1,2] методами интенсивной пластической деформации (ИПД) убедительно продемонстрировали, что их наноструктурирование может приводить к появлению у них парадоксальных свойств, обычно не характерных для материалов, подвергнутых традиционной термомеханической обработке. К таким парадоксам относятся сочетания высокой прочности и пластичности, проявление высокой прочности и электропроводности, повышенные коррозионная и радиационная стойкость и другие. В настоящем докладе представлена и рассмотрена природа необычных механических свойств, наблюдаемых в исследованиях ряда металлических наноматериалов, полученных методами ИПД, а также физические механизмы их возникновения, связанные с формированием различных наноструктурных особенностей - от измельчения зерен до наноразмерных выделений вторых фаз и зернограничных сегрегаций. На этой основе рассмотрена модель достижения в УМЗ материалах очень высокой прочности, обусловленной вкладом нескольких механизмов упрочнения от различных фаз. Обсуждается высокий инновационный потенциал применения этих многофункциональных материалов в технике и медицине [3].

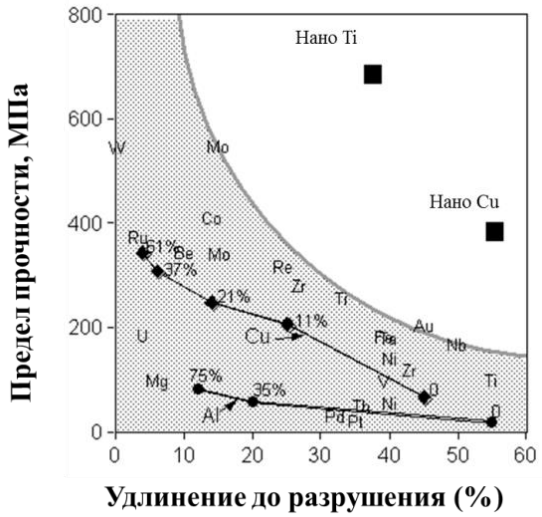


Рис.1. Парадокс прочности и пластичности в металлах после ИПД: необычайное сочетание высокой прочности и высокой пластичности в наноструктурированных Cu и Ti (две верхние точки), явно отличает их от обычных крупнозернистых металлов (нижние точки, относящиеся к металлам с чистотой 99,5–99,9%) [3].

Примечательной особенностью ИПД, в процессе которой реализуются очень большие деформации под высоким давлением с накопленными деформациями более ~4-6, является возможность получения ультрамелких зерен (УМЗ) с размерами менее 1000 нм [4-7]. В результате ИПД также происходит растворение фаз, образование выделений, аморфизация и другие процессы, которые в свою очередь приводят к формированию различных наноструктурных особенностей, таких как деформационные двойники, неравновесные границы зерен, дислокационные субструктуры, сегрегации твердых растворов и кластеры [8, 9]. Эти изменения во внутренней структуре материала могут повлиять на механизмы деформации и являются причиной необычных механических свойств УМЗ материалов и, в частности, парадокса прочности и пластичности, что демонстрирует рис.1 [3].

Ключевые слова: интенсивная пластическая деформация, ультрамелкозернистые материалы, парадоксы свойств.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00445-П, https://rscf.ru/project/22-19-00445/.

Список литературы

[1] Валиев Р.З. Объемные наноструктурные материалы: фундаментальные основы и применения / Р.З. Валиев, А.П. Жиляев, Т.Дж. Лэнгдон. М.: Эко-Вектор, 2017. 480 с.

[2] Edalati K. Nanomaterials by severe plastic deformation: review of historical developments and recent advances / K. Edalati [et al] // Mater. Res. Lett. 2022. Vol. 10:4. P. 163-256.

[3] R.Z. Valiev, I.V. Alexandrov, M. Kawasaki, T.G. Langdon, Ultrafine-Grained Materials, SpringerNature, 2024

[4] R.Z. Valiev, R.K. Islamgaliev, I.V. Alexandrov // Prog. Mater. Sci. 2000. V.45 P. 103-189.

[5] R.Z. Valiev, Y. Estrin, Z. Horita, T.G. Langdon, M.J. Zehetbauer, Y.T. Zhu // JOM. 2006. V.58. P. 33-39.

[6] Bulk Nanostructured Materials, Ed. by M.J. Zehetbauer and Y.T. Zhu, Wiley-VCH, Weinheim (2009).

[7] RR.Z. Valiev, B. Straumal, T.G. Langdon, Using severe plastic deformation to produce nanostructured materials with superior properties, Annual Review of Materials Research (2022) 52:357-382

[8] I.A. Ovid'ko, R.Z. Valiev, Y.T. Zhu // Prog. Mater. 2018. Sci. V. 94. P. 462-540.

[9] X. Sauvage, G. Wilde, S.V. Divinski, Z. Horita, R.Z. Valiev // Mater. Sci. Eng. A. 2012. V.540. P. 1-12.

Влияние тепловой конвекции на скорость химических реакций в кубической области при изменении угла наклона

Васильев Т.А.[1], **Михайленко К.И.**[2]

[1]Уфимский университет науки и технологий, Уфа
[2]Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Полимеразная цепная реакция (ПЦР) представляет собой ключевой метод молекулярно-биологической технологии, предназначенный для экспоненциального увеличения количества заданных участков ДНК в образце. Эта техника нашла широкое применение в научных лабораториях, клинической практике и судебной экспертизе.

Актуальность данного метода, особенно в условиях необходимости оперативного получения результатов (например, в эпидемиологическом контроле или экстренной диагностике), делает насущным вопрос оптимизации и ускорения процесса — в частности, сокращения времени, необходимого для выполнения реакции. Классическая реализация ПЦР требует нескольких часов для прохождения 20–30 циклов трёх этапов при разных температурах: денатурации (94–96 °C), отжига ($\sim 60°$C) и элонгации (72°C), — при этом каждый этап продолжается 10–15 минут и требует последовательного перемещения реагирующей смеси между термостатами. Существует несколько методов, позволяющих ускорить ПЦР. Один из самых популярных — конвективная ПЦР. В этом методе температура реакционной смеси меняется за счёт последовательного перемещения содержимого между областями с различной температурой под действием тепловой конвекции [1]. Движение жидкости также улучшает транспорт реагентов.

При использовании метода конвективного ПЦР важно учитывать положение области, в которой протекает реакция. В зависимости от угла наклона, скорость конвекции может меняться, что приводит к ухудшению перемешивания, а такще изменению времени нахождения реагентов при заданных температурах, из-за чего возможно замедление ПЦР. В работе [2] было установлено, что при определённых углах наклона микропробирки, достигаются наибольшая и наименьшая скорости конвективного движения жидкости.

В настоящей работе рассматриваются результаты вычислительных экспериментов, посвящённых исследованию влияния тепловой конвекции на скорость химических реакций в кубической области при изменении угла наклона. В [3] было показано, что для численного моделирования химических реакций с учётом конвекции удобно использовать пакет OpenFOAM с решателем rhoReactingBouyantFoam, так как данный решатель учитывает тепловое расширение и гравитационные эффекты, что позволяет решать задачи моделирования химических взаимодействий с естественной конвекцией.

Математическая модель рассматриваемого процесса содержит систему уравнений Навье-Стокса, дополненную уравнениями переноса химических компонентов и энергии:

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}\mathbf{U}) - \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} = -\nabla p, \tag{2}$$

$$\frac{\partial(\rho Y_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho Y_i \mathbf{U}) + \nabla \cdot (\rho Y_i V_i) = J_i, \tag{3}$$

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} h) = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla p + \bar{\bar{\tau}} : \nabla \mathbf{U}, \tag{4}$$

где ρ — плотность смеси компонентов; $\mathbf{U}$ — вектор скорости смеси; p — давление; Y_i — массовая доля вещества i (i-го компонента смеси); J_i – кинетика реакции вещества i (массовый расход i-го компонента); h — удельная общая энтальпия смеси; $\bar{\bar{\tau}}$ — тензор вязких напряжений.

В OpenFOAM расчет химических реакций происходит следующим образом: для типичной элементарной реакции

$$v_A A + v_B B \rightarrow v_P P + v_Q Q$$

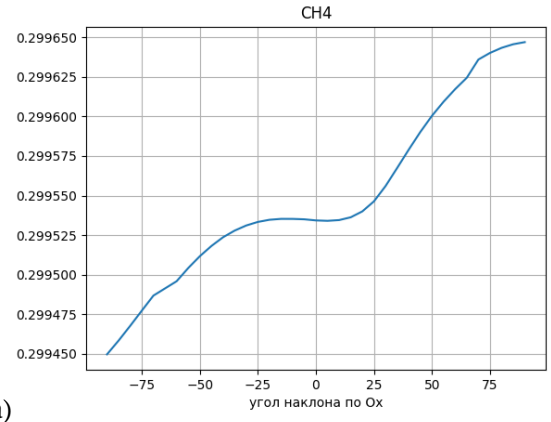
её скорость рассчитывается по закону Аррениуса:

$$J = k[A]^{v_A} A[B]^{v_B},$$

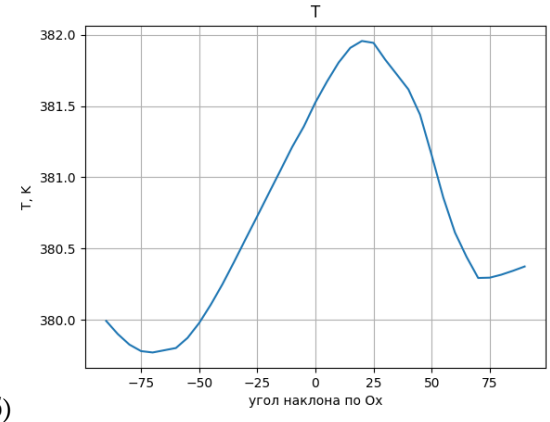
где v_A, v_B, v_P, v_Q — стехиометрические коэффициенты; $[A]$, $[B]$, $[P]$, $[Q]$ — молярные концентрации химических веществ A, B, P, Q; k — константа скорости реакции равная

$$k = AT^b \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$$

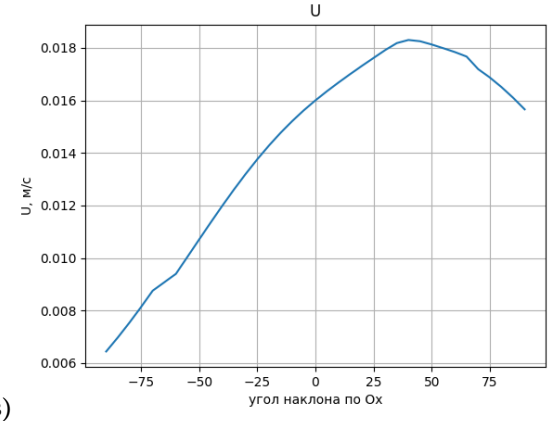
где A — предэкспоненциальный множитель; b — показатель степени температуры (параметры кинетики Аррениуса); E_a — энергия активации, а R — универсальная газовая постоянная.



(а)



(б)



(в)

Рис. 1. Средняя концентрация CH_4 (а), средняя температура (б) и средний модуль скорости (в) в зависимости от угла наклона в момент времени $t = 15c$ в кубической области

Исследуется изменение концентрации компонентов следующей модельной химической реакции окисления метана:

$$CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O.$$

Область моделирования в представленной задаче задается в виде куба размера 20 мм $\times$ 20 мм $\times$ 20 мм, область нагрева размера 5 мм $\times$ 5 мм расположена на нижней грани, область охлаждения такого же размера — на верхней, при этом точки размещения указанных зон определяются большой диагональю куба. Кроме куба также рассматриваются области в виде параллелепипеда с тем же основанием 20 мм $\times$ 20 мм и высотами 40 мм ($2x$) и 60 мм ($3x$).

При моделировании задаются следующие начальные и граничные условия. В начальный момент несущая среда (газ) во всей области неподвижна, имеет температуру $T_0 = 300$ К и давление $p_0 = 10^5$ Па. По всему периметру области предполагается твердая стенка с теплоизоляцией. Температура в зоне нагрева на стенке $T_{\text{hot}} = 360$ К, в зоне охлаждения — $T_{\text{cold}} = 280$ К. В начальный момент времени концентрации веществ распределены равномерно по всему объёму со следующими значениями: $Y_{\text{CH}_4} = 0.3$, $Y_{\text{O}_2} = 0.2$, $Y_{\text{CO}_2} = 0$, $Y_{\text{H}_2\text{0}} = 0.4$ и концентрация нейтрального компонента $Y_{\text{N}_2} = 0.1$.

На Рис. 1 показаны три графика, демонстрирующие зависимости от угла наклона области средней концентрации метана (Рис. 1(а)), средней температуры (Рис. 1(б)) и среднего модуля скорости (Рис. 1(в)). Как можно видеть, средняя температура и скорость не позволяют судить о скорости реакции. То есть следует также исследовать потоки флюида внутри области, их распределение и распределение температуры.

Рис. 2 показывает, каким образом изменяется средняя концентрация метана со временем для трех рассмотренных областей при вертикальном расположении указанных областей, а также при их наклоне на углы $-90°$ и $90°$. Указанные углы соответствуют наибольшей и наименьшей скоростям реакции. Такое поведение может быть объяснено, если учесть также размещение точек нагрева и охлаждения. В этом случае можно предположить, что возникающая при угле наклона $-90°$ циркуляция охватывает бóльшую область, тем самым улучшая перемешивание реагентов и ускоряя реакцию. Четвёртым графиком на Рис. 2 показано сравнение скорости расходования метана в трех разных областях для наилучшего с точки зрения скорости реакции угла наклона ($-90°$). В представленном случае наибольшая скорость реакции для кубической области по сравнению с увеличенными по вертикали областями $2x$ и $3x$ может быть легко объяснена тем фактом, что меньшая по объему область быстрее прогревается, что положительным

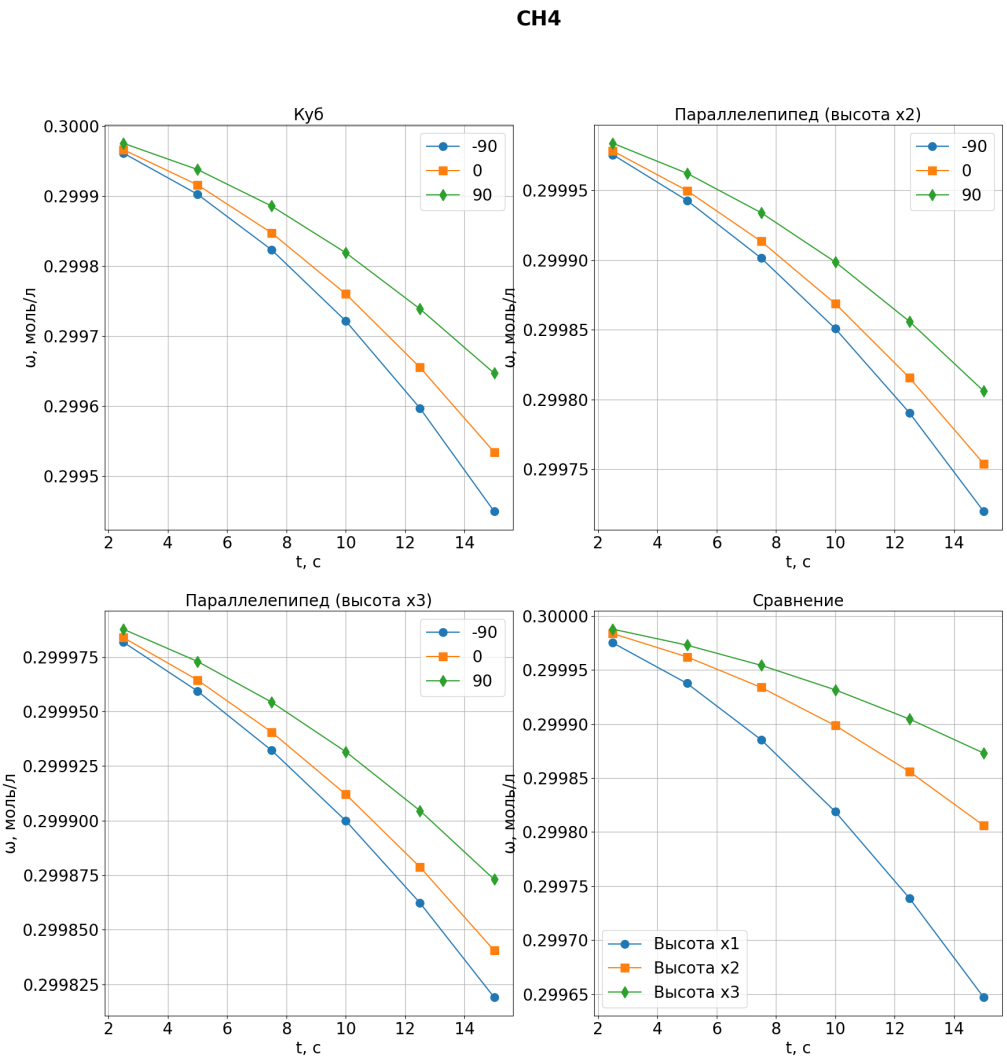


Рис. 2. Изменение концентрации CH_4 в рассматриваемых областях при углах наклона -90°, 0° и 90°, а также сравнение скорости убывания метана в указанных областях для наиболее производительного случая (наклон -90°)

образом сказывается на скорости протекания модельной реакции.

Представленные результаты позволят сделать следующие заключения. Угол наклона реагирующей области при наличии фиксированных относительно этой области точек нагрева и охлаждения существенно важен для скорости протекания химической реакции. Одновременно с этим размер области может быть важен в связи с необходимостью прогрева или охлаждения данной области. Если сравнивать полученные результаты с результатами, представленными в работах [1, 2] можно также заключить, что форма области, в которой происходит реакция также может оказать влияние при одинаковых размерах и углах наклона. Наконец, важным является учёт не только и не столько средних параметров, которые, в частности, могут быть измерены в эксперименте, сколько изучение распределения потоков жидкости и их скоростей внутри исследуемой области.

Список литературы

[1] Garafutdinov R.R., Chemeris D.A., Sakhabutdinova A.R., Moiseev K.V., Urmancheev S.F., Mikhaylenko C.I., Privalov L.Yu., Chemeris A.V. Convective polymerase chain reaction in standard microtubes // Analytical Biochemistry. 2022. V. 641. 114565. DOI: 10.1016/j.ab.2022.114565.

[2] Исламов А.И., Набиуллина К.Р. Моделирование температурной конвекции в микропробирках при точечном нагреве: зависимость скорости конвекции от угла наклона. // Многофазные системы. 2024. Т 19. № 3. С. 94–102. DOI: 10.21662/mfs2024.3.014.

[3] Михайленко К.И., Васильев Т.А., Ахметзянова Л.У. К вычислительному моделированию химических взаимодействий в условиях температурной микроконвекции. // Вестник Башкирского университета. 2025. Т 29. №4. DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2024.4.9

Геометрическая форма уравнений Лагранжа

Войтик В.В.*

*Башкирский государственный медицинский университет, Уфа

Геометрическая точка зрения на механическое движение натуральной системы заключается в задании s начальных координат системы в конфигурационном пространстве, $s-1$ независимых компонент касательного вектора к её траектории и энергии $E = E(t)$ как функции времени. Тогда зная кинетическую энергию системы T как функцию координат и времени, можно определить траекторию и сопоставить каждый её малый участок определённому моменту времени, то есть полностью определить движение системы.

Чтобы представить уравнения Лагранжа в геометрической форме необходимо знать как изменяется кинетическая энергия системы под действием полей. Согласно теореме об изменении кинетической энергии T при движении натуральной системы с моментом инерции $\mu_{\alpha\beta}$ в полях с потенциальной энергией U и потенциальным импульсом P_α

$$\frac{dT}{dt} = \left(-\frac{\partial U}{\partial q^\gamma} - \frac{\partial P_\gamma}{\partial t}\right)\dot{q}^\gamma - \frac{1}{2}\frac{\partial \mu_{\gamma\alpha}}{\partial t}\,\dot{q}^\alpha\dot{q}^\gamma\,.$$

Заменяя в уравнениях Лагранжа скорости и ускорения на равенства

$$\dot{q}^\beta = \sqrt{2T}\,\tau^\beta\,,$$

$$\ddot{q}^\beta = 2T\frac{d\tau^\beta}{dq} + \frac{1}{\sqrt{2T}}\cdot\frac{dT}{dt}\tau^\beta\,,$$

где $T = E - U$, $\tau^\alpha = dq^\alpha/dq$ и

$$dq^2 = \mu_{\alpha\beta}dq^\alpha dq^\beta$$

получены уравнения траектории натуральной системы в конфигурационном пространстве с метрикой $\mu_{\alpha\beta}$

$$2T\,\mu_{\gamma\beta}\frac{d\tau^\beta}{dq} = -\frac{\partial U}{\partial q^\gamma} - \frac{\partial P_\gamma}{\partial t} +$$

$$+\sqrt{2T}\left(\frac{\partial P_\alpha}{\partial q^\gamma} - \frac{\partial P_\gamma}{\partial q^\alpha} - \frac{\partial \mu_{\gamma\alpha}}{\partial t}\right)\tau^\alpha +$$

$$+T\left(\frac{\partial \mu_{\alpha\beta}}{\partial q^\gamma} - \frac{\partial \mu_{\gamma\beta}}{\partial q^\alpha} - \frac{\partial \mu_{\gamma\alpha}}{\partial q^\beta}\right)\tau^\alpha\tau^\beta +$$

$$+\mu_{\gamma\beta}\left(\frac{\partial P_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial q^\alpha}\right)\tau^\alpha\tau^\beta + \frac{\sqrt{2T}}{2}\,\mu_{\gamma\beta}\frac{\partial \mu_{\varepsilon\alpha}}{\partial t}\,\tau^\alpha\tau^\beta\tau^\varepsilon$$

Эти уравнения вместе с равенством [1]

$$dt = \frac{dq}{\sqrt{2T}}$$

составляют суть траекторной механики Якоби. Данные уравнения в несколько другой форме впервые написал Якоби в шестой лекции [2]. В этих независимых $s-1$ уравнениях вектор $\boldsymbol{\tau}$ предполагается зависящим только от координат. Поэтому данные уравнения вместе с равенством (1) допускают совместное численное решение.

Уравнения траектории могут применяться, например, в механике деформируемого тела или в различных инженерных приложениях: от робототехники и аэрокосмических приложений до разработки алгоритмов оптимального управления и навигации. Столь широкая сфера применимости связана с распространённостью натуральных систем.

Список литературы

[1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 1. Механика. М.: Физматлит, 2004. 224 с.

[2] Якоби К. Лекции по динамике. Ленинград-Москва: ОНТИ, 1936. 272 с.

О принципе стационарного укороченного действия Якоби

Войтик В.В.*

*Башкирский государственный медицинский университет, Уфа

Уравнения траекторной механики Якоби могут быть получены и другим способом – непосредственно из принципа стационарного действия Якоби. Интерес представляют условия, при которых такой вывод возможен. Для натуральной системы, полное действие в форме Якоби равно

$$S = \int \left(n dq + P_\alpha dq^\alpha - E dt \right) ,$$

где P_α является потенциальным импульсом системы, E -энергия, $n = \sqrt{2T}$, $T = E - U$ – кинетическая энергия, а $dq = \sqrt{\mu_{\alpha\beta}\, dq^\alpha dq^\beta}$ -есть элемент s-мерного конфигурационного пространства.

Это действие допускает два независимых вида вариаций: по энергии и по координатам. При вариации по энергии исключается второй член в действии. Результат вариации приводит к равенству [1]

$$dt = \frac{dq}{n} . \quad (1)$$

Наоборот – при вариации по координатам исключается последний член. Вариация такого укороченного действия $\tilde{S}$ по координатам предполагает и вариацию по времени. Оказывается, что в общем случае вариация времени с вариацией координат связана равенством

$$\delta t = \frac{\mu_{\alpha\beta}\tau^\beta}{n}\, \delta q^\alpha . \quad (2)$$

Таким образом, постулируется справедливость следующей теоремы о стационарности укороченного действия в форме Якоби [2]. Между начальным положением q_1 в момент t_1 и конечным положением q_2 в момент t_2 натуральная система движется таким образом, чтобы укороченное действие в форме Якоби принимало стационарное значение $\delta\tilde{S} = 0$ при произвольных вариациях координат и зависящей от них вариации времени (2), лишь бы выполнялось граничное условие $\delta q(q_1) = \delta q(q_2) = 0$.

То обстоятельство, что варьирование времени в действии ранее не делалось есть простое следствие необоснованно установленного ограничения этого принципа консервативными системами. Вследствие этого внешние поля в ранней формулировке этой теоремы предполагались постоянными. В общем же случае требуется совместная вариация координат и времени.

Из сформулированной теоремы выводятся уравнения траектории натуральной системы в конфигурационном пространстве для неконсервативных систем

$$n^2\, \mu_{\gamma\beta} \frac{d\tau^\beta}{dq} = n \frac{\partial n}{\partial q^\gamma} - \frac{\partial P_\gamma}{\partial t} +$$
$$+ n \left(\frac{\partial P_\beta}{\partial q^\gamma} - \frac{\partial P_\gamma}{\partial q^\beta} - \frac{\partial \mu_{\gamma\beta}}{\partial t} \right) \tau^\beta +$$
$$+ \frac{n^2}{2} \left(\frac{\partial \mu_{\alpha\beta}}{\partial q^\gamma} - \frac{\partial \mu_{\gamma\beta}}{\partial q^\alpha} - \frac{\partial \mu_{\gamma\alpha}}{\partial q^\beta} \right) \tau^\alpha \tau^\beta +$$
$$+ \mu_{\gamma\beta} \left(\frac{\partial P_\alpha}{\partial t} - n \frac{\partial n}{\partial q^\alpha} \right) \tau^\alpha \tau^\beta + \frac{n}{2}\, \mu_{\gamma\beta} \frac{\partial \mu_{\epsilon\alpha}}{\partial t}\, \tau^\alpha \tau^\beta \tau^\epsilon .$$

Численное решение системы из равенства (1) и уравнений траектории Якоби полностью определяет движение натуральной системы и, в частности, её траекторию.

Список литературы

[1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 1. Механика. М.: Физматлит, 2004. 224 с.

[2] Якоби К. Лекции по динамике. Ленинград-Москва: ОНТИ, 1936. 272 с.

Поверхностные акустические волны на границе пористых сред (песка, насыщенного водой, газогидратом)

Галиакбарова Э.В.[1], Каримова Г.Р.[1,2]

[1]Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа,
[2]Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Природные газогидраты – особый источник углеводородов, образуемый в осадочных породах при определенных термобарических условиях (высоких давлениях и низких температурах). Акустические исследования помогают понимать структуру и физические свойства газогидратов, а также прогнозировать поведение акустических волн при разведке с помощью сейсмических методов. Карта режимов разложения гидратов важна для понимания условий стабильности и прогнозирования изменения свойств подземных пластов [1]. Исследования продолжают развиваться, открывая новые горизонты для эффективного использования ресурса в будущем.

Рассматривалась задача распространения гармонической поверхностной волны горизонтальной поляризации вдоль границы раздела между пористой средой, насыщенной гидратом, и слоем пористой среды, насыщенной водой (рис. 1). Пористая среда считается упругим изотропным телом. В области твердого полупространства решение ищем в виде гармонических бегущих поверхностных волн. Получены дифференциальные уравнения для амплитуды поверхностной волны и смещений, а также записаны граничные условия для непрерывности смещений и напряжений.

Показано влияние насыщения песка гидратом метана на распространение поверхностных волн горизонтальной поляризации [2]. Проведен аналитический и численный анализ дисперсионных уравнений, применительно к экспериментальным данным [3].

Установлено, что при распространении плоской гармонической поверхностной волны горизонтальной поляризации под водой между слоем водонасыщенного песка толщины h и гидратонасыщенным песком при длине волны λ, $\lambda << h$ происходит локализация волны в водонасыщенном слое песка, а при $\lambda >> h$ – постоянство смещений в этом слое. Например, при $\lambda = 8h$ волна распространяется без заметного снижения амплитуды по слою водонасыщенного песка, который становиться волновым каналом для прошедшей поперечной волны.

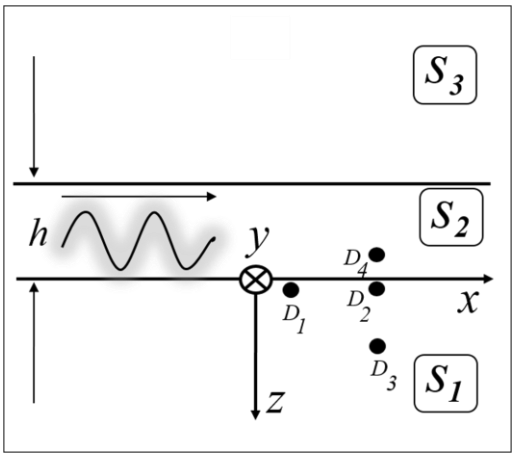


Рис. 1. Схема распространения волны горизонтальной поляризации

Список литературы

[1] Шагапов В. Ш., Сыртланов В.Р., Галиакбарова Э. В. Анализ возможных режимов разложения газовых гидратов в природных пластах // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 1997. – №. 6. – С. 101.

[2] Галиакбарова Э.В., Каримова Г.Р. Поверхностные акустические волны на границе двух пористых сред, насыщенных гидратом метана и водой (льдом) // Прикладная механика и техническая физика. 2024. Т. 65, № 6(388). С. 71-82.

[3] Дучков А.Д., Дучков А.А., Дугаров Г.А., Дробчик А.Н. Скорости ультразвуковых волн в песчаных образцах, содержащих воду, лед или гидраты метана и тетрагидрофурана // Доклады Академии наук. 2018. Т. 478, № 1. С. 94-99.

Моделирование волн напряжения в зернистой среде при отражении от нее ударно-волнового импульса

Гималтдинов И.К., Родионов А.С., Валиахметова О.Ю., Шираева А.А.

ФГБОУ ВО Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

Зернистые среды, такие как песок, обладают малыми скоростями распространения упругих волн (около 100-200 м/с), имеют высокое затухание и нелинейность [1,2]. На скорость оказывает влияние степень поджатости песчаных образцов, например, давление около 30 МПа приводит к увеличению скорости более чем на порядок. Акустические свойства зернистой среды меняются кардинальным образом при консолидации и при значительном увеличении амплитуды, полученном при детонации или взрывах [4], скорость при этом может возрастать до 1200-2500 м/с [2,3].

Для экспериментального исследования динамики ударно-волнового воздействия на зернистые пористые среды используются вертикальные ударные трубы. Конструкция ударной трубы включает секцию насыпной среды (СНС), расположенную внизу, которая заполняется пористой средой. Для измерения полного напряжения или давления в исследуемой среде на стенках трубы устанавливаются датчики. В камере высокого давления (КВД) создается повышенное давление по сравнению с камерой низкого давления (КНД), что приводит к разрыву диафрагмы, разделяющей камеры, в результате чего образуется ударная волна. Волна давления распространяется в газовой или жидкой фазе и частично отражается от слоя пористой среды. Также часть ударного импульса проходит в слой зернистой среды. Данный процесс инициирует волну напряжения в твердой фазе [6,7], поток газа под давлением, вызванный отраженной ударной волной, фильтруется в зернистую среду. В исследовании [8] проведено экспериментальное исследование по различию вклада волны напряжения и прошедшей ударной волны в общие показания полного напряжения на датчиках, расположенных вдоль боковых и торцевых стенок ударной трубы.

В данной работе представлено численное исследование динамики отражения и прохождения ударного импульса при взаимодействии со слоем зернистой среды, проведено сравнение с экспериментальными данными [8] по исследованию вклада эффективного напряжения и ударной волны в газе в общий показатель полного напряжения.

Пусть имеется зернистая пористая среда, представляющая собой смесь контактирующих друг с другом твердых частиц и газа, заполняющего поровое пространство. Используя общепринятые допущения для описания подобных сред [6,9], примем следующую математическую модель, уравнения сохранения масс:

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g v_g}{\partial x} = 0\,, \qquad \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s v_s}{\partial x} = 0\,, \tag{1}$$

импульсов

$$\frac{\partial \rho_g v_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g v_g^2}{\partial x} + \alpha_g \frac{\partial p_g}{\partial x} = -F_\mu - F_m\,, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho_s v_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s v_s^2}{\partial x} + \alpha_s \frac{\partial p_g}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_{s*}}{\partial x} + F_\mu + F_m \tag{3}$$

и энергии газовой и дисперсной фаз

$$\frac{\partial \rho_g u_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g u_g v_g}{\partial x} + p_g \frac{\partial \left(\alpha_g v_g + \alpha_s v_s\right)}{\partial x} =$$

$$= \left(F_\mu + F_m\right)\left(v_g - v_s\right) - Q\,, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \rho_s u_s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_s u_s v_s}{\partial x} - \sigma_{s*} e_{s*} = Q \tag{5}$$

Скелет пористой среды будем считать вязкоупругим

$$\frac{\partial \sigma_{s*}}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{s*} v_s^2}{\partial x} = \sigma_{s*} e_s + E_{f*} e_{s*} - \frac{\sigma_{s*} - E_{e*}\xi_{s*}}{t_{20}}\,, \tag{6}$$

$$\left(\sigma_{s*} < 0,\ e_{s*} \le 0;\ \sigma_{s*} = 0,\ e_{s*} > 0\right),$$

$$E_{f*} = \rho_{20} D_{f*}^2,$$

$$E_{e*} = \rho_{20} D_{e*}^2.$$

Уравнение для продольной компоненты тензора приведенной скорости деформации твердой фазы примем в виде

$$e_{s*} = \frac{d_s \xi_{s*}}{dt} \equiv \frac{\partial v_s}{\partial x}\,, \qquad \left(\frac{d_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x}\right), \tag{7}$$

Газ будем считать калорический совершенным, материал твердой фазы несжимаемым.

$$p_g = \rho_g^0 R T_g, \quad u_g = c_{vg} T_g, \tag{8}$$

$$\rho_s^0 = \text{const}, \quad u_s = c_s T_s \tag{9}$$

$$\rho_i = \alpha_i \rho_s^0 \ (i = g, s), \quad \alpha_g + \alpha_s = 1.$$

здесь, ρ_i, v_i, u_i, T_i – приведенная плотность, массовая скорость, удельная внутренняя энергия и температура i –й фазы (i=g,s), c_{vg} – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме, c_s – удельная теплоемкость частиц; p_g – давление газовой фазы; R – газовая постоянная; σ_{s*}, ξ_{s*} – продольные компоненты тензоров приведенных напряжений и деформации твердой фазы пористой среды; E_{f*} E_{e*} – динамический и статический модули упругости; D_{f*} D_{e*} – продольные динамическая и статическая скорости звука в порошкообразной среде; F_μ, F_m – силы вязкого межфазного трения и «присоединенных масс», Q – интенсивность передачи тепла от газовой фазы к дисперсной в единице объема смеси; t_{s0} – время релаксации напряжения в скелете порошкообразной среды при его вязкоупругом деформировании.

Составляющие силы межфазного взаимодействия описываются формулами [10]

$$F_\mu = \frac{3}{4}\frac{\alpha_g \alpha_s}{d} C_d \rho_g^0 \left| v_g - v_s \right| \left(v_g - v_s \right),$$

$$F_m = \frac{\alpha_g \alpha_s}{2} C_m \rho_g^0 \left(\frac{dv_g}{dt} - \frac{dv_s}{dt} \right), \tag{10}$$

где d диаметр частиц порошкообразной среды; C_d – коэффициент трения; C_m – коэффициент при силе «присоединенных масс», равный 1 для зернистых сред с твердыми сферическими частицами [10]. Коэффициент трения сферических частиц в насыпных средах описывается на основе эмпирической формулы Эргана

$$C_d = \frac{4}{3\alpha_g}\left(\frac{150\left(1-\alpha_g\right)}{\alpha_g \,\mathrm{Re}} + 1.75 \right), \quad \alpha_g \le 0.55 \tag{11}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\left(\rho_g^0 \left| v_g - v_s \right| d \right)}{\mu_g}, \quad \mu_g = \text{const},$$

где Re – число Рейнольдса относительного движения фаз, μ_g – вязкость газовой фазы.

Для описания интенсивности теплообмена фаз выбрана зависимость

$$Q = \frac{6\alpha_s \lambda_g \mathrm{Nu}\left(T_g - T_s\right)}{d^2}, \quad \lambda_g = \text{const}, \tag{12}$$

где Nu – число Нуссельта, λ_g – теплопроводность газа. Число Нуссельта определяется следующей зависимостью

$$\mathrm{Nu} = \begin{cases} 2 + 0.106\ \mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}^{1/3}, & \mathrm{Re} \le 200, \\ 2.274 + 0.6\ \mathrm{Re}^{2/3}\,\mathrm{Pr}^{1/3}, & \mathrm{Re} > 200. \end{cases} \tag{13}$$

$$\mathrm{Pr} = c_{pg}\mu_g / \lambda_g, \quad c_{pg} = \gamma c_{vg}, \quad \gamma = \text{const}.$$

Здесь γ и c_{pg} – показатель адиабаты и удельная теплоемкость газа при постоянном давлении, Pr – число Прандтля.

Методом контрольного объема в данной работе получено решение задачи (1)-(13) о воздействии ударно-волнового импульса на слой насыпной среды и возбуждения в ней волны напряжения. Решение позволяет моделировать показания защищенных датчиков, регистрирующие давление газовой фазы в пористой среде и незащищенные, регистрирующие полное напряжение в пористой среде.

Полученное численное решение сопоставлено с экспериментом [8], что показало хорошее качественное и количественное согласование с имеющимися экспериментальными данными. Установлено, что с течением времени в любом сечении насыпного слоя вклад порового давления в общее напряжение становится преобладающим по сравнению с приведенным напряжением.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-11-00274, https://rscf.ru/project/24-11-00274

Список литературы

[1] Зайцев В. Ю., Колпаков А. Б., Назаров В. Е. Детектирование акустических импульсов в речном песке. Эксперимент // Акустический журнал. 1999. Т. 45, №2. С. 235-241.

[2] Дучков А.Д., Дучков А.А., Дугаров Г.А., Дробчик А.Н. Скорости ультразвуковых волн в песчаных образцах, содержащих воду, лёд или гидраты метана и тетрагидрофурана (лабораторные измерения) // Доклады Академии наук. 2018. Т. 478, № 1. С. 94-99.

[3] Gubaidullin, A. A. Specificities of Heat Transfer in a Vibrating Cylindrical Cavity at the Transition of the Exposure Frequency Through Resonance / A. A. Gubaidullin, A. V. Pyatkova // Журнал Лобачевского по математике. – 2022. – Т. 43, № 5. – С. 1069-1075. – DOI 10.1134/S1995080222080121. – EDN PLGEPJ.

[4] Чупров П. А., Порошина Я. Э., Уткин П. С. Численное моделирование прохождения ударной волны над плотным слоем частиц в рамках уравнений Баера-Нунциато // Горение и взрыв. 2022. Т. 15, № 2. С. 67-74.

[5] Ахметов А.Т., Гималтдинов И.К., Азаматов М.А., Мухаметзянов А.Ф., Богданов Д.Р. Зондирование водогазонасыщенных насыпных сред

переотраженными волнами непосредственно после воздействия ударной волны // Письма в Журнал технической физики. 2022. Т. 48, № 1. С. 23-26.

[6] Болдырева О.Ю., Губайдуллин А.А., Дудко Д.Н., Кутушев А.Г. Численное исследование передачи ударно-волновой нагрузки экранируемой плоской стенке через слой порошкообразной среды и разделяющий их воздушный зазор // Физика горения и взрыва. 2007. Т. 43. № 1. С. 132-142.

[7] Britan, A., Ben-Dor, G.: Shock tube study of the dynamic behavior of granular materials. Int. J. Multiph. Flow 32(5), 623–642 (2006)

[8] Belov, E., Blachman, M., Britan, A. et al. Experimental investigation of the stress wave propagation inside a granular column impacted by a shock wave. Shock Waves **25**, 675–681 (2015).

[9] I. K. Gimaltdinov, A. S. Rodionov 1, and O. Yu. Valiakhmetova Numerical Solution of the Initial Boundary Value Problem of the Impact of a Shock Pulse on a Layer of a Bulk Medium // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2024, Vol. 45, No. 11, pp. 5396–5404.

[10] R. I. Nigmatulin, Dynamics of Multiphase Media (Nauka, Moscow, 1987; Hemisphere, Washington, 1991).

О взаимосвязи классической математической и новой физико-математической теорий пластичности металлов

Грешнов В.М.

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

В настоящее время в механике твердого деформируемого тела существуют две теории пластичности металлов – классическая математическая [1,2] и новая физико-математическая теория [3]. Обе теории применяются при исследовании и описании процессов деформирования металлов.

Классическая математическая теория пластичности металлов берет свое начало с работ Треска и Сен-Венана опубликованных в 1864 и 1871 годах. Трудами большой группы зарубежных и отечественных ученых теория развита и совершенствуется в рамках феноменологического подхода к исследованию физического процесса.

Новая физико-математическая теория больших необратимых деформаций металлов разработана профессором Грешновым В.М. и опубликована у нас в стране в 2018г. и за рубежом в 2019г.

Феноменологическая математическая теория пластичности имеет ряд недостатков, которые уменьшают ее практическое применение. Среди них, в первую очередь, надо отметить сложности при описании вязкопластического состояния металлов и исключение из рассмотрения материалов с немонотонной (падающей) диаграммой деформирования. Этих недостатков лишена физико-математическая теория пластичности.

В этой связи, актуальной является задача исследования взаимосвязи обеих теорий. Естественным методом исследования является анализ исходных постулатов и принципов теорий. Проведенное исследование показало, что все проблемы математической теории обусловлены исходными постулатами и принципами, сформулированными при ее разработке в рамках феноменологического подхода.

Физико-математическая теория пластичности металлов разработана с использованием нового синтетического физико-феноменологического подхода, который позволил учесть при необратимой деформации структуру металла и ее эволюцию в процессе.

Проведенный анализ позволяет утверждать, что физико-математическая теория пластичности является более общей теорией, которая включает как частный случай математическую теорию пластичности и которая не имеет недостатков последней. Следовательно новая теория является важным научным достижением в механике твердого деформируемого тела.

Список литературы

[1] Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. – М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2001. – 704 с.

[2] Грешнов В.М. Физико-математическая теория больших необратимых деформаций металлов. – М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2018. – 232 с.

Теплоперенос и акустическое течение газовзвеси в закрытом вибрирующем прямоугольном канале

Губайдуллин А.А., Пяткова А.В.

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Тюмень
Тюменский государственный университет, Тюмень

В работе выполнено численное исследование акустического течения и теплопереноса в прямоугольном двумерном канале, внутри которого находится газовзвесь. Выполнено сравнение со случаем, когда внутри канала находится газ. При разных значениях перепада температур горизонтальных стенок, частоты и амплитуды вибрации выявлены особенности акустического течения и теплопереноса через горизонтальные стенки канала.

Акустическое течение, возникающее вследствие колебательного движения в акустическом поле, представляет собой совокупность устойчивых вихрей. Акустическое течение является средним за период течением и служит одним из механизмов интенсификации теплообмена. Чаще всего изучается акустическое течение в газах, но при замене газа на газовзвесь возникают свои особенности, что отражается и на теплопереносе. Газовзвесь представляет собой смесь газа (дисперсионной фазы) с твердыми частицами или жидкими каплями (дисперсной фазой). В общем случае для описания газовзвеси используется многоскоростная модель с учётом динамических эффектов из-за несовпадения скоростей фаз [1]. При расчетах может быть применены как многоскоростная модель, так и более упрощенные модели, в зависимости от особенностей конкретной задачи.

Влияние перепада температур стенок на акустическое течение и теплоперенос ранее изучалось, как правило, в полостях, заполненных газом. В работе [2] численно исследовано влияние конвективного переноса тепла на акустическое течение в заполненном воздухом цилиндрическом резонаторе, температура стенок которого является функцией от продольной координаты. В работах [3-5] изучено акустическое течение в прямоугольной полости с вибрирующей левой стенкой и разнонагретыми противолежащими стенками. В работе [6] в случае вибрирующего прямоугольного двумерного канала, заполненного газом, определено влияние перепада температур горизонтальных стенок, амплитуды и частоты вибрации на акустическое течение и среднюю за период температуру.

Рассмотрим прямоугольный двумерный канал (полость) длины L и высоты H, внутри которого находится газовзвесь. На стенках канала задано условие прилипания. Канал осуществляет вибрационное движение вдоль продольной оси с амплитудой A и частотой ω. На горизонтальных стенках канала задана постоянная температура, при этом температура верхней стенки может быть выше температуры нижней стенки. Вертикальные стенки канала являются теплоизолированными. Для моделирования течения газовзвеси используется равновесная схема, то есть полагается, что скорости и температуры несущего газа и дисперсной фазы совпадают [1]. В рамках равновесной схемы газовзвесь рассматривается как сжимаемая сплошная среда, параметры которой вычисляются через параметры газа и твердых частиц и их концентрации в смеси.

Таким образом, для описания задачи используется двумерная нестационарная система уравнений Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \frac{\mu}{3}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}\right) + \rho A \omega^2 cos(\omega t),$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + \frac{\mu}{3}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right),$$

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u T)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v T)}{\partial y}=\frac{k}{c_v}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)-$$
$$-\frac{p}{c_v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)-\frac{2}{3}\frac{\mu}{c_v}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2+$$
$$+\frac{\mu}{c_v}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+2\frac{\mu}{c_v}\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right),$$

$$p=\rho R T.$$

Начальные и граничные условия имеют вид:

$$t=0: u=0, v=0, T=T_0, \rho=\rho_0, p=\rho_0 R T_0,$$
$$x=0: u=0, v=0, \frac{\partial T}{\partial x}=0,$$
$$x=L: u=0, v=0, \frac{\partial T}{\partial x}=0,$$
$$y=0: u=0, v=0, T=T_0,$$
$$y=H: u=0, v=0, T=T_0+\Delta T.$$

Здесь x, y — пространственные координаты; t — время; u, v — составляющие скорости; T — температура; ρ — плотность смеси; p — давление; $\rho_0=\rho_g\alpha_g+\rho_s\alpha_s$ (ρ_g — плотность газа в начальный момент времени, ρ_s — плотность материала частиц, α_g — объёмное содержание газа, $\alpha_s=1-\alpha_g$ — объёмное содержание частиц); $c_p=\frac{1}{\rho_0}\left(\rho_g c_{pg}\alpha_g+\rho_s c_s\alpha_s\right)$ (c_{pg} — удельная теплоёмкость газа при постоянном давлении, c_s — удельная теплоёмкость материала частиц); $R=\frac{R_g\rho_g\alpha_g}{\rho_0}$; $c_v=c_p-R$; $k=\frac{k_g\rho_g\alpha_g+k_s\rho_s\alpha_s}{\rho_0}$ (k_g — коэффициент теплопроводности газа, k_s — коэффициент теплопроводности материала частиц). Для нахождения вязкости смеси использовалась формула Эйнштейна $\mu=\mu_g\left(1+\frac{5}{2}\alpha_s\right)$, где μ_g — коэффициент динамической вязкости газа. Для расчета компонент скорости акустического течения u_{st} и v_{st} использовались формулы: $u_{st}=\frac{\langle\rho u\rangle}{\langle\rho\rangle}$, $v_{st}=\frac{\langle\rho v\rangle}{\langle\rho\rangle}$ [3], где угловыми скобками обозначено осреднение по времени за период колебаний.

При расчетах взята газовзвесь как смесь частиц карболита, равномерно распределенных в воздухе, при этом $\alpha_s=0.0001$. Длина полости составляла $L=0.1$ м, а высота $H=0.04L$. Рассматривались два значения амплитуды вибрации $A=0.1L$ (в большинстве расчетах) и $0.15L$ (увеличенная амплитуда вибрации). Частоты вибрации задавались равными $\omega=3473$ 1/рад и $\omega=5209$ 1/рад. Для краткой записи частоты вибрации запишем в безразмерных переменных как $\Omega=1$ и $\Omega=1.5$, где $\Omega=\omega L/c_0$ (c_0 – скорость звука в воздухе). Перепад температуры горизонтальных стенок ΔT полагался равным 0 К, $0.01T_0$ и $0.05T_0$ при начальной температуре $T_0=300$К.

Задача решена численно при помощи методики расчета, описанной в [7] для осесимметричного случая. Для дискретизации уравнений используется метод контрольного объема, неявная схема по времени и равномерная смещенная (шахматная) расчетная сетка, в рамках которой значения составляющих скорости и потока массы рассчитываются на гранях основных контрольных объемов. В качестве тестовых расчетов было выполнено сопоставление с аналитическим решением [8] и с экспериментальными данными [9] для случая, когда внутри канала находится газ.

В работе рассмотрены следующие случаи: частота вибрации $\Omega=1$ и разные перепады температур горизонтальных стенок ($\Delta T=0$К, $0.01T_0$ и $0.05T_0$); частота вибрации $\Omega=1$ и увеличенная амплитуда вибрации $A=0.15L$ при $\Delta T=0$К; частота вибрации $\Omega=1.5$ при двух вариантах перепада температур горизонтальных стенок ($\Delta T=0$К и $0.01T_0$). При малой частоте вибрации $\Omega=1$ вихри акустического течения в случаях газовзвеси и газа похожи, лишь несколько отличаются положения их центров. Средняя за период температура в случае газовзвеси меняется в более широком диапазоне. Так, понижение средней за период температуры в центре канала происходит на большую величину в случае газовзвеси, также в этом случае более ярко выражен нагрев газа в среднем за период вблизи вертикальных границ. При увеличении температуры верхней стенки канала происходит увеличение размеров вихрей акустического течения, расположенных в верхней части канала и уменьшение размеров вихрей в его нижней части. Также вблизи вертикальных стенок канала у более холодной горизонтальной стенки формируются дополнительные вихри. Если при $\Delta T=0.01T_0$ отличия между акустическими течениями для газовзвеси и газа проявляются не очень сильно и лишь несколько отличаются размеры вихрей, то при $\Delta T=0.05T_0$ отличия в вихревой структуре акустического течения уже более существенны. В случае газовзвеси у более холодной горизонтальной стенки расположены 6 вихрей (4 в центральной части и по одному у вертикальных стенок), а в случае газа только 4 вихря. Вследствие этого несколько отличаются и

поля средней за период температуры. Если перепад температур горизонтальных стенок равен нулю, а амплитуда вибрации увеличилась ($A = 0.15L$) акустическое течение для газовзвеси и для газа также будет отличаться (рис. 1). Поскольку отсутствует нагрев верхней стенки, в канале остаются четыре основных вихря, но в случае газовзвеси вблизи вертикальных стенок канала образуются еще четыре дополнительных небольших вихря. Понижение температуры в центральной части канала и повышение температуры вблизи торцов происходит на большую величину, чем при амплитуде вибрации $A = 0.1L$. В случае газовзвеси перепад температур также более ярко выражен, чем в случае газа. Увеличение частоты вибрации (до $\Omega = 1.5$) приводит к большему увеличению скорости акустического течения, чем увеличение амплитуды вибрации (до $A = 0.15L$) и в случае газовзвеси акустическое течение остаётся более интенсивным, чем в случае газа.

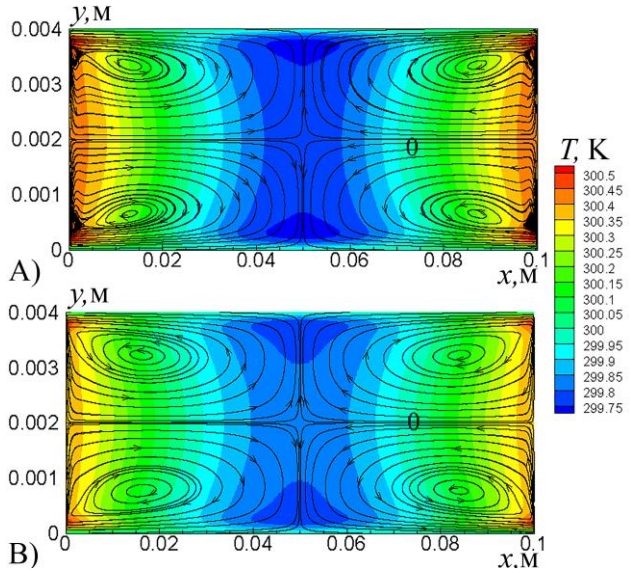


Рис. 1. Линии тока акустического течения и поле средней за период температуры при $\Omega = 1$, $A = 0.15L$, $\Delta T = 0K$; A) – газовзвесь, B) – газ

Таким образом, получено, что в случае газовзвеси теплоперенос более интенсивен, чем в случае газа. При этом к усилению теплопереноса и интенсификации акустического течения приводят как увеличение перепада температур горизонтальных стенок, так и увеличение частоты или амплитуды вибрации. При подходящих параметрах можно получить, что тепловой поток в среднем за период будет покидать канал даже через более нагретую стенку.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-29-00394).

Список литературы

[1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука, 1987.

[2] Červenka M., Bednařík M. Numerical study of the influence of the convective heat transport on acoustic streaming in a standing wave // J. Acoust. Soc. Am. 2018. Vol. 143, No. 2. P. 727-734.

[3] Aktas M.K., Farouk B., Lin Y. Heat transfer enhancement by acoustic streaming in an enclosure // J. Heat Transfer. 2005. Vol. 127. P.1313-1321.

[4] Lin Y., Farouk B. Heat transfer in a rectangular chamber with differentially heated horizontal walls: Effects of a vibrating sidewalls // Int. J. Heat Mass Transf. 2008. Vol. 51. P. 3179-3189.

[5] Aktas M.K., Ozgumus T. The effects of acoustic streaming on thermal convection in an enclosure with differentially heated horizontal walls // Int. J. Heat Mass Transf. 2010. Vol. 53. P. 5289-5297.

[6] Gubaidullin A.A., Pyatkova A.V. Acoustic streaming and heat transfer in a rectangular channel with differently heated horizontal walls // Lobachevskii J. of Mathematics. 2024. Vol. 45, No. 5. P. 1980-1987.

[7] Gubaidullin A.A., Pyatkova A.V. The effects of heat transfer through the ends of a cylindrical cavity on acoustic streaming and gas temperature // Mathematics. 2023. Vol. 11, Issue 8. P. 1840.

[8] Hamilton M.F., Ilinskii Y.A., Zabolotskaya E.A. Thermal effects on acoustic streaming in standing waves // J. Acoust. Soc. Am. 2003. Vol. 114, No. 6. P. 3092-3101.

[9] Nabavi M., Siddiqui K., Dargahi J., Influence of differentially heated horizontal walls on the streaming shape and velocity in a standing wave resonator // Int. Commun. Heat Mass Transfer. 2008. Vol. 35. P. 1061-1064.

Двухфазные течения в задаче о разложени газогидрата

Давлетшина М.Р.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, Россия

Для добычи метана из газогидратных пластов используются, в основном, метод снижения давления, метод нагрева, метод закачки ингибиторов и комбинированные методы. Тепловой метод разработки газогидратных месторождений пригоден для пластов, имеющих высокое содержание гидратов в порах. Однако, как показывают результаты расчетов, тепловое воздействие через забой скважины малоэффективно. Это связано с тем, что процесс разложения гидратов сопровождается поглощением тепла с высокой удельной энтальпией 0,5 МДж/кг (для примера: теплота плавления льда составляет 0,34 МДж/кг). По мере удаления фронта разложения от забоя скважины все больше энергии тратится на прогрев вмещающих пород и кровли пласта, поэтому зона теплового воздействия на гидраты через забой скважины исчисляется первыми метрами. Экспериментально установлено (месторождение Маллик, Канада), что при непрерывном прогреве пласта, полностью насыщенного гидратами. за 100 суток разложение гидратов произойдет в радиусе всего 3,5 метра от стенки скважины. Учитывая, что в этом диапазоне содержится порядка 20000 м^3 газа, то среднесуточный дебит газа не превышает 200 м^3/сут.

Известны также разнообразные тепловые способы воздействия на газогидратный пласт, например, способ внутрипластового горения гидратов с выделением теплоты; акустическое воздействие с преобразованием в тепловую энергию. Тепловые способы требуют постоянного подвода энергии и эффективны, в основном, только для разложения гидратов в призабойной зоне скважины.

Постановка задачи. Рассмотрим пористый пласт ($r_{(w)} \leqslant r \leqslant R$), насыщенный в исходном состоянии гидратом метана, давление и температура которого равны соответственно p_0 и T_0, в центре которого пробурена скважина радиуса r_w. Стенки нагреваются, при этом задается мощность нагревателя с единицы площади внешней поверхности – тепловой поток.Таким образом, задается тепловой поток на погонный метр скважины:

$$q = 2\pi r s \lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \text{const при } r=r_s(t),$$

где λ – теплопроводность пласта

Предлагается горизонтальная скважина внутри пласта. В ближней зоне ($r_w<r<R$) происходит разложение. Представим скважину, состоящую из двух соосных труб: добывающей и нагревательной. Пусть в скважину от нагревателя поступает тепловой поток, равный q, а во внутренней скважине поддерживается давление $P_{(w)}$, равное равновесному значению для фазовых процессов для исходной температуры пласта $P_{(w)} = P_{(s)}(T_0)$. В результате теплового воздействия, в пласте образуются две области: ближняя, насыщенная продуктами разложения гидрата (газом и водой) и дальняя, содержащая в своем составе гидрат. При этом возникает подвижная граница фазового перехода $r_{(s)}$, движущаяся вглубь пласта и на которой происходит процесс разложения газогидрата. Тепловая энергия этого источника расходуется на нагревание пласта. Фильтрационным сопротивлением пласта при фильтрации газа в области $r_{(w)} \leqslant r \leqslant r_{(s)}$ будем пренебрегать, то есть давление в этой области однородное.

Система основных уравнений, представляющая собой уравнения неразрывности и притока тепла [8,9] для области, содержащей метан и воду ($r_{(w)} \leqslant r \leqslant r_{(s)}$), имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(S_g m \rho_g\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r S_g m \rho_g \upsilon_g\right) = 0 \qquad (1)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_g c_g m S_g \upsilon_g \frac{\partial T}{\partial r} = \lambda \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial T}{\partial r}\right) \qquad (2)$$

Здесь r – радиальная координата; m – пористость; T – температура; ρ_g, c_g, υg, S_g – соответственно плотность, теплоемкость, скорость и насыщенность для газовой фазы. Величины удельной объемной теплоемкости ρc и коэффициента теплопроводности λ будем считать постоянными, поскольку они определяются, в основном, параметрами скелета пористой среды. Кроме того, представленные

уравнения необходимо дополнить соотношениями, следующими из условий баланса масс и тепла на границе фазового перехода.

$$m\rho_h(1-G)\left(0-\dot{r}_{(s)}\right)=mS_w\rho_w\left(0-\dot{r}_{(s)}\right)$$

$$m\rho_h G\left(0-\dot{r}_{(s)}\right)=mS_g\rho_g^0\left(\upsilon_{g(s)}-\dot{r}_{(s)}\right) \quad (3)$$

$$\lambda\frac{\partial T}{\partial r}=-m\rho_h l_h\dot{r}_{(s)} \qquad \dot{r}_{(s)}=\frac{dr}{dt}$$

Система уравнений (1) – (3) является замкнутой. Для ее решения используется метод ловли фронта в узел пространственной сетки. С учетом граничных условий можно получить выражение для скорости фильтрации газа, определяемое координатой *r* в виде:

$$\upsilon_g(r)=\frac{r_{(s)}}{r}\upsilon_{g(s)} \quad (4)$$

В результате численных расчетов построены зависимости температуры, давления и дебита газа. Показано, что с течением времени тепло, полученное от скважины, в большей части идет на прогрев прифронтовой области [10, 11].

Решена задача о возможности разложения газогидратного пласта при тепловом воздействии. Для радиальной задачи с фронтальной границей фазовых переходов построены решения, описывающие поля температур, а также динамику движения границы разложения гидрата и массового расхода газа [12,13]. Изучено влияние мощности теплового потока на эволюцию фронта разложения гидрата и величину энергоэффективности предлагаемого метода. Предложенная теоретическая модель позволяет произвести количественную оценку отбора метана при различных значениях мощности источника тепла, перепада давления и определить наиболее выгодные с точки зрения эффективности, режимы.

Литература

[1] Черский Н.В., Бондарев Э.А. О тепловом методе разработки газогидратных месторождений // Докл. АН СССР. – 1972. – Т. 203. – № 3. – С. 550.

[2] Веригин Н.Н., Хабибуллин И.Л., Халиков Г.А. Линейная задача о разложении гидратов газа в пористой среде // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1980. – № 1.– С. 174.

[3] Бондарев Э.А., Максимов А.М., Цыпкин Г.Г. К математическому моделированию диссоциации газовых гидратов // Докл. АН СССР. – 1989. – Т. 308. – № 3. – С. 575.

[4] Verigin N.N., Khabibullin I.L., Khalikov G.A. Axisymmetric problem of heat and mass transfer in saturated porous medium // J. Eng. Phys. – 1980. – V. 38, No 5. – P. 581.

[5] Цыпкин Г.Г. Течения с фазовыми переходами в пористых средах. – М.: Физматлит, 2009. – 232 с.

[6] Сыртланов В.Р., Шагапов В.Ш. Фронтовая задача о разложении газовых гидратов в пористой среде при высокочастотном электромагнитном излучении // Инженерно-физический журнал. – 1998. – Т. 71. – № 2. – С. 263.

[7] Шагапов, В.Ш. Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа / В.Ш. Шагапов, Н.Г. Мусакаев. – М.: Наука, 2016. – 238с.

[8] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – М.: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.; – Ч. 2. – 360 с.

[9] Шагапов В.Ш., Давлетшина М.Р. К вопросу разработки гидратного пласта тепловым воздействием// Теплофизика высоких температур. 2022, Т.60, № 1.С.131-138.

[10] Адзынова Ф.А., Бозиев С.Н. Периодическое тепловое воздействие как возможность оптимизации тепловых методов разработки газогидратных залежей на примере Мессояхского месторождения // Перспективы освоения ресурсов газогидратных месторождений: программа и тез. докл. междунар. конф., Москва, 17-18 нояб. 2009. - М.: Изд-во "Нефть и газ", 2009. - С.141.

[11] Davletshina M.R., Gimaltdinov I.K., Stolpovsky M.V., Akchurina V.A.
Numerical study of the combustion of a flat layer of methane gas hydrate.
В сборнике: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall., Krasnoyarsk, Russian Federation, 2021. С. 12159.

[12] Давлетшина М.Р., Столповский М.В., Щеглова Е.П. Расчет температуры в пористых пластах конечной длины при тепловом воздействии в плоскоодномерной постановке. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2020610037, 09.01.2020. Заявка № 2019666818 от 18.12.2019.

[13] Давлетшина М.Р., Столповский М.В., Щеглова Е.П. Расчет температурных полей в пористых пластах, насыщенных гидратом, при тепловом воздействии
Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2019666990, 17.12.2019.
Заявка № 2019665960 от 28.11.2019.

Нелинейные эффекты при диффузионном наводороживании поверхностных слоев кристалла ниобата лития

Демин В.А., Петухов М.И.

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Работа цифровой схемотехники в своей основе определяется возможностью реализации передачи сигналов в двоичной системе исчисления. Простейшая оптическая система, с помощью которой получается двоичный сигнал, принципиально представляет собой устройство, состоящее из двух сначала разветвляющихся, а затем соединяющихся волноводов. После их прохождения в точке слияния световые импульсы интерферируют и либо усиливаются, давая единичный сигнал, либо, когда они приходят в противофазе, гасят друга, давая ноль. В настоящее время волноводы входят в состав интегральных оптических схем. Требование надежности и минимизация размеров приводят к тому, что в настоящее время данные устройства изготавливаются на базе монокристалла. В качестве материала подложки, служащей основанием для волноводов, выступает кристалл ниобата лития. Каналы волноводов получаются с помощью методики диффузионного замещения ионов лития протонами, в результате чего возникает тонкая протонированная область. Применение этой технологии приводит к изменению химического состава и механических напряжений в кристаллической решетке материала, что позволяет управлять показателем преломления среды.

В качестве рабочей жидкости, выступающей в роли источника протонов, используется расплав бензойной кислоты. Толщина модифицированного слоя ниобата лития лежит в интервале от 0.5 мкм (t = 10 мин) до 3 мкм (t = 4 ч). По мере диффузионного проникновения протонов вглубь подложки возникает новая фаза, которая имеет более высокий показатель преломления. Измерения показывают, что приращение показателя преломления составляет $\Delta n = 0.01 \div 0.15$.

Применение ниобата лития связано с низкими оптическими потерями в данном материале и возможностью создавать на его поверхности оптические волноводы методами фотолитографии. Канальные оптические волноводы поддерживают распространение световых лучей за счет эффекта полного внутреннего отражения. Актуальной является задача управления процессом формирования волноводов в исходном кристалле. Несмотря на то, что технологи занимаются этой задачей уже несколько десятилетий, тем не менее, некоторые фундаментальные вопросы о природе рассматриваемых процессов остаются открытыми до сих пор. Отдельный интерес представляет совокупное действие таких механизмов как нелинейная диффузия [1] и отжиг кристалла. В дополнение эксперименты показывают наличие существенной анизотропии приповерхностного слоя в монокристалле [2], наличие которого связывают с предварительным процессом шлифовки. В данной работе проводится прямое численное моделирование формирования волноводов в кристалле ниобата лития с учетом эффекта нелинейной диффузии, анизотропии диффузионных свойств, а также отжига кристалла.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ и Пермского края (проект № 24-29-20277).

Список литературы

[1] Пухначев В.В. Многомерные точные решения уравнения нелинейной диффузии, Прикл. мех. техн. физ., 1995, том 36, Вып. 2. С. 23–31.

[2] Демин В.А., Петухов М.И., Пономарев Р.С., Топова А.В. О роли анизотропии и нелинейных диффузионных эффектов при формировании волноводов в кристалле ниобата лития // Вестник Пермского университета. Физика. 2021. № 1. С. 49–58. doi: 10.17072/1994-3598-2021-1-49-58.

Экспериментальное исследование влияния аэродинамических шайб на аэроупругие колебания цилиндра

Демченко Я.В.[*,**], **Иванов О.О.**[**], **Веденеев В.В.**[*,**]

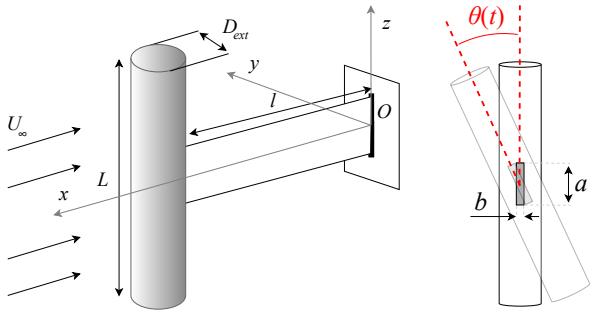
[*]Механико-математический факультет, МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва
[**]НИИ механики МГУ, Москва

Явление резонансных колебаний плохо обтекаемых тел, находящихся в потоке жидкости или газа, является достаточно вредным для различных гражданских конструкций, таких как подводные трубопроводы, дымовые трубы, мачты, высокие здания и т.д [1]. Оно возникает в широком диапазоне числе Рейнольдса из-за периодического срыва вихрей с тела: при сближении собственной частоты конструкции с частотой схода вихрей возникают необходимые для резонанса условия, приводящие к появлению достаточно больших по амплитуде колебаний. Эти колебания могут приводить к усталостным повреждениям конструкции и даже к ее разрушению, что обуславливает необходимость тщательного изучения данного явления. В то же время, в связи с бурным развитием техники, распространения большого количества датчиков и маломощных приборов, появилась необходимость по созданию новых типов ветро- и гидроэнергетических установок, которые могли бы обеспечить их электричеством. Поэтому является актуальным искать новые схемы ветрогенераторов, в том числе использующие в себе принципы незатухающих резонансных колебаний, вызванных сходом вихрей.

В данной работе в аэродинамической трубе исследуются аэроупругие колебания круглого цилиндра, закрепленного поперек набегающего воздушного потока на консольной упругой балке. В отличие от похожих работ, где использовалась подобная экспериментальная схема (напр., [2]), в нашей работе [3] кроме поперечного был обнаружен новый, крутильный тип колебаний цилиндра. Он вызван резонансом аэродинамических сил, вызванных из-за схода вихревой дорожки Кармана с вращательными колебаниями цилиндра, в котором балка совершает крутильные движения. В этом режиме оказалось, что вихревые дорожки Кармана, генерируемые верхней и нижней частями цилиндра сходят в противофазе, т.е. сдвинуты по фазе на π, в то время как для поперечных колебаний вихри сходят практически в фазе. Фаза схода вихрей резко меняется вблизи места закрепления балки, которая ведет себя как разделительная пластина (splitter plate), предотвращающая образование вихрей в сечениях вблизи оси вращения цилиндра.

Для исследования влияния концевых эффектов при обтекании свободных торцов цилиндра было изготовлено несколько аэродинамических шайб: а) шайба размером в один диаметр цилиндра (заглушка торца); б) шайба размером в три диаметра цилиндра; в) шайба в виде полусферы с диаметром, равным диаметру цилиндра. Показано, что различные шайбы приводят к отличающимся амплитудным и частотным откликам системы, а также существенно влияют на параметры вихреобразования по размаху цилиндра.

Также обсуждаются методы нахождения сдвига фаз схода вихрей в симметричных сечениях цилиндра относительно оси вращения, основанные на расчете корреляций временных рядов, соответствующих перемещениям цилиндра и мгновенным скоростям потока в следе цилиндра, а также на применении преобразования Гильберта.



Список литературы

[1] Девнин С.И. Девнин Аэрогидромеханика плохообтекаемых конструкций. Справочник. Л.:Судостроение, 1983. 331 с.

[2] Azadeh-Ranjbar V., Elvin N., Andreopoulos Y. Vortex-induced vibration of finitelength circular cylinders with spanwise free-ends: Broadening the lock-in envelope // Phys. Fluids. 2018. Vol. 30, No. 10. P. 105104.

[3] Demchenko Y., Ivanov O., Vedeneev V. Experimental investigation of rotational vortex-induced vibrations of a circular cylinder attached to an elastic beam // Journal of Fluids and Structures. 2025. Vol. 133. P. 104266.

Исследование феномена флаттера крыльев самолета и методы его оптимизации

Ёкубжанов Д.С.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан

Флаттер является одним из наиболее опасных и интригующих динамических явлений в авиации, особенно в контексте сильных колебаний крыльев. Согласно статистике за последние 15 лет, 23% авиационных инцидентов связаны с флаттером, причем 72% этих случаев произошли из-за ошибочной оценки критической скорости. За этот же период число инцидентов, связанных с флаттером, увеличилось на 23%. По данным отчета Международной организации гражданской авиации (ICAO) за 2023 год, проблемы, связанные с флаттером, ежегодно наносят мировой экономике ущерб в среднем на 1,5 миллиарда долларов.

Флаттер представляет собой одну из самых опасных форм аэроупругости, характеризующуюся резким увеличением амплитуды колебаний крыльев с ростом скорости. Феномен возникает при достижении критической скорости и может привести к разрушению конструкции за считанные секунды. Основные типы флаттера включают угловые движения, линейные колебания и их взаимодействие. Это явление представляет серьезную угрозу безопасности самолетов, и его понимание и контроль являются одними из ключевых задач современной авиационной инженерии. Например, теория флаттера, разработанная Теодорсеном в 1930-х годах, до сих пор служит основным источником при проектировании крыльев. Флаттер влияет не только на крыло, но и на безопасность всего самолета, поскольку увеличение амплитуды колебаний может привести к катастрофе [1,10].

Каждый тип флаттера имеет свои уникальные механизмы и методы предотвращения. Данная работа сосредоточена на классическом флаттере, который является наиболее распространенным и опасным типом. Цель исследования — изучение флаттера с теоретической и практической точек зрения, демонстрация методов расчета скорости и оптимизация конструкции самолета путем анализа аэро-упругих характеристик крыла. В работе на основе модели с двумя степенями свободы подробно рассмотрены основные механизмы флаттера и методы его расчета с примерами.

Теоретические основы флаттера были впервые заложены в 1920-х годах Г. Райтом и Т. фон Карманом [1], чьи исследования базировались на изучении аэро-упругих свойств крыльев. В 1930 году Р. Коллер [1] предложил первую полную математическую модель флаттера. В 1950-х годах Ю.К. Фунг [2] разработал основополагающую теорию аэроупругости. Кроме того, значительный вклад в изучение флаттера внес советский ученый А.А. Илюшин [5], чьи работы в 1950-х годах стали важным достижением в области аэродинамики и аэроупругости. Его поршневая теория и математические модели флаттера служат ключевым инструментом для оценки устойчивости авиационных конструкций и минимизации рисков флаттера. Работы Илюшина сохраняют свою актуальность и в современной авиационной промышленности, представляя ценный ресурс для теоретических и практических исследований.

Аэроупругость — это наука, изучающая взаимодействие аэродинамических сил, упругих деформаций и инерционных факторов, при этом флаттер является одной из её ключевых проблем. Этот процесс обычно включает два основных типа колебаний:

1. Изгиб — вертикальное перемещение крыла.
2. Кручение — вращение крыла вокруг своей оси [2].

Рассмотрим вынужденные колебания упругой пластинки длины - l, толщины - h, и бесконечной ширины, односторонне обтекаемой плоским сверхзвуковым потоком газа с невозмущенной скоростью в направлении, перпендикулярном ее границам без угла атаки. Направление оси Ox совпадает с направлением движения потока газа. Принимаем, что на поверхности пластинки действует разность давления, вызванная

ее нормальным перемещением в потоке газа, которая учитывается согласно поршневой теории А.А. Ильюшина [5]. Пусть на поверхность пластинки действует гармонически меняющейся давление - $q(x,t)$, вызванное внешним возбуждением. Для анализа динамических характеристик крыла в работе используется усовершенствованная механическая модель с тремя степенями свободы. Эта модель представляет собой систему дифференциальных уравнений, описывающих угловые, линейные и крутильные колебания крыла.

Уравнения движения изгибных колебаний в одномерной постановке в рамках предложенной теории, для пластин средней и малой толщины, в упрощенной форме можно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} M'' + \chi\frac{P_0}{v_0}(\dot{\square} + v\square') + (1-\nu)q + (1-\nu)m\ddot{\square} = 0 \\ \breve{D}\square'' + \frac{h^2\nu^2}{12}\left(1 - \frac{2\nu}{5(1-2\nu)}\right)q - \frac{h^2}{30}\frac{\nu^2}{1-\nu}\ddot{\square} - M = 0, \end{cases} \quad (1)$$

при выполнении граничных условий, соответствующих различным типам закрепления. Здесь, пренебрегая членами, содержащие множитель квадрата от толщины пластинки, будем иметь классические граничные условия. Например, для консольно - закрепленной балки, имеем:

$$\Psi = \Psi' = 0 \text{ при } x = 0,$$
$$M = 0, M' = 0 \text{ при } x = l. \quad (2)$$

и однородных начальных условий. Здесь $\boldsymbol{P_0}$ - давление газа на конструкцию, $\boldsymbol{v_0}$ - скорость звука в газе на бесконечности, $\boldsymbol{\chi}$ - показатель политропною газа.

Для удобства дальнейших вычислений, пластину считая тонкой, в разрешающих уравнениях выполним стандартную процедуру обезразмеривания, при этом обозначения для искомых функций оставим без изменения:

$$\begin{cases} M'' + k\dot{\square} + V\square' + m\ddot{\square} + q(x,t) = 0 \\ \square'' - \frac{1}{D}M = 0 \end{cases} \quad (3)$$

где

$$k = \chi\frac{c}{v_0}\frac{P_0 l^2}{Eh^2}\frac{1}{\sqrt{12(1-\nu^2)}}, \qquad V = \chi\frac{P_0 l^3}{D_0}\frac{v}{v_0} \quad (4)$$

причем величины $\boldsymbol{D_0}$,$\boldsymbol{m_0}$- соответственно характеризуют размерную жесткость и массу пластинки.

Полученная система разрешающих уравнений содержит член - $\boldsymbol{k}\dot{\square}$, от которого можно освободиться введением нового переменного

$$\Psi(x,t) = e^{-\frac{k}{2m}}U(x,t)$$

Вследствие чего вместо (3) будем иметь

$$\begin{cases} M'' + VU' - \frac{k^2}{4m}U + m\ddot{U} + q(x,t) = 0 \\ U'' - \frac{1}{D}M = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Полагая, что воздействие внешней нагрузки по времени имеет гармонический характер, искомое решение представим в виде $U(x,t) = X(x)\cos\omega t$. Тогда, соответствующая спектральная задача имеет вид:

$$\begin{cases} M'' + VX' - pX = 0 \\ X'' - \frac{1}{D}M = 0 \end{cases} \quad (6)$$

где

$$p = \frac{k^2}{4m} + m\omega^2$$

Как известно, в летательных аппаратах флаттерные явления начинают проявляться после критического значения скорости обтекаемого воздуха, при котором колебательный процесс превращается в гиперболический. Следовательно, частота колебаний - ω принимает мнимые значения, т.е. выполняется условие $p \le 0$. Именно, данное условие является критерием для определения критического значения скорости обтекаемого воздуха. Из выше изложенного следует, что из (6) при $p = 0$, имеем следующую равноценную спектральную задачу:

$$\begin{cases} M'' + VX' = 0 \\ X'' - \frac{1}{D}M = 0 \end{cases} \quad (7)$$

где, в качестве искомого собственного числа, теперь рассматривается.

критическое значение скорости обтекаемого газа, при котором начинается неограниченный рост амплитуды колебаний Здесь следует отметить, что сложность решения спектральной задачи по определению критической скорости обтекаемого газа – V, для (7) тривиального значения собственного числа ($p = 0$), заключается в несамосопряженности разрешающего оператора. Дело в том, что известные подходы разрешения как дифференциальной, так и алгебраической проблемы определения собственных чисел разработаны для положительно определенных и самосопряженных операторов. Рассматриваемая задача таковой не является.

В качестве конкретного примера для иллюстрации эффективности предложенного численного подхода разрешения дифференциальной проблемы для несамосопряженного оператора, рассмотрим цилиндрическое колебание пластины, для которой ось Ox соответствует направлению действия обтекаемого воздуха. В процессе численного решения задач при необходимости используется условия симметрии для искомых решений.

Следует отметить, что в задачах, связанных с изучением явления флаттера, операторы

уравнений решений не являются самосопряженными, что привело к тому, что в предыдущих исследованиях в основном рассматривалась граничная задача с шарнирно закрепленными условиями. В рассматриваемой нами задаче по оси Ox применяются три различных условия закрепления: шарнирно закрепленные, консольное и свободное.

Хотя модель с двумя степенями свободы эффективна для понимания явления флаттера, она имеет свои ограничения. Одно из них заключается в том, что модель учитывает только два типа колебаний, в то время как в реальных крыльях дополнительные компоненты, такие как крутильные колебания, также играют роль.

Для определения скорости флаттера в реальных условиях используются современные методы, такие как вычислительная гидродинамика (CFD) и метод конечных элементов (FEA). Многие испытания на флаттер крупномасштабных крыльев самолетов проводятся с использованием специализированного программного обеспечения и экспериментов в аэродинамической трубе. В будущем для развития этого исследования могут быть разработаны более реалистичные модели, учитывающие сложную геометрию крыла и свойства материалов.

Было установлено, что двумерная модель является эффективным инструментом для оценки устойчивости авиационных конструкций к флаттеру. Данная работа в некоторой степени освещает теоретические основы, методы расчета и практическое значение явления флаттера. Процесс определения скорости флаттера с помощью модели с двумя степенями свободы был продемонстрирован на примерах. Результаты подтвердили, что защита от флаттера может быть достигнута путем подбора массы, жесткости и аэродинамических свойств в конструкции крыла.

Список литературы

[1] Dowell E.H. A Modern Course in Aeroelasticity. - Springer, 2015. - 532 p.

[2] Patel R.K. Advanced Flutter Analysis Techniques. - AIAA, 2020. - 387 p.

[3] Ларионов Г.С. Нелинейный флаттер упруговязкой пластины // Изв. АН СССР, серия Мех. тверд. тела. М., 1974. - №4. -С. 95-100.

[4] Мовчан А.А. Об устойчивости панели, движущейся в газе// ПММ, 1957, Т. 21, вып 2, С.231-243.

[5] Ильюшин А. А. Моделирование динамических процессов в твердых телах и инженерные приложения. М.: Физматлит, 2009. -526 с.

[6] Бадалов Ф.Б. Краткий обзор работ, посвященных исследованию влияния наследственно-деформируемых свойств материала конструкций летательного аппарата на критические скорости флаттера. //Современные пробл. механики.: Мат. межд. научн. - техн. конф, -Ташкент, 2007. -С. 46-48.

[7] Матияш В.И. Флаттер упруговязкой пластинки//Механика полимеров, 1971, №6, С. 1077-1083.

[8] Худаяров Б.А. Численное исследование нелинейного флаттера вязкоупругих пластин// ПМ, 2005 №10 – С.45-49.

[9] Кучаров О. Р. Расчет флаттера вязкоупругих тонкостенных конструкций по уточненной теории Тимошенко // Молодой ученый. — 2015. — №5. — С. 168-171.

[10] Министерство транспорта Республики Узбекистан. Отчет о безопасности авиации. - Ташкент, 2023. - 78 с.

[11] Ибрагимов А.А. Динамическая устойчивость авиационных конструкций. - Т.: ТГТУ, 2023. - 128 с.

[12] Очилов Т.М. Динамика композитных крыльев. - Т.: Фан, 2021. - 176 с.

[13] Абдуллаев Т.М. Динамические свойства композитных крыльев. - Т.: Фан, 2021. - 215 с.

[14] Inom Madjidov; Nurbek Xolmanov; Dilshod Yokubjonov “Numerical implementation of spectral problems for non-selfadjoint operators" // AIP Conf. Proc. 3119, 050005 (2024) p. https://doi.org/10.1063/5.0214886

[15] Yoqubjonov D. O‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lmagan operatorlar uchun spektral masalalarni sonli yechish // Eurasian journal of academic research, № 4-11 Special Issue (2024) p. 198-203. https://doi.org/10.5281/zenodo.14435911

Численное моделирование напряженно-деформированного состояния обводнённых участков газопровода на болоте с компенсаторами, предназначенными для устранения его всплытия

Зарипов Р.М.[1], Масалимов Р.Б.[2]

[1]Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа, Россия
[2]Уфимский государственный нефтяной технический университет, г. Уфа, Россия

В последние годы при сооружении и выполнении капитального ремонта магистральных трубопроводов применяются трубы с наружным сплошным утяжеляющим бетонным покрытием (обетонированные трубы). При их эксплуатации в сложных природно-климатических условиях наблюдается всплытие труб. Всплывшие участки газопровода квалифицируются как аварийные и выводятся из эксплуатации. В настоящем докладе представлена описание постановки и решение методом конечных элементов задачи о напряженно-деформированном состоянии (НДС) участка газопровода на болоте после внесения следующих изменений в его конструкции: трубы с железобетонными утяжелителями заменены обетонированными трубами; на концах участка газопровода на болоте установлены Г- образные компенсаторы.

1. Осуществлена постановка и решены методом конечных элементов следующие задачи о НДС участка газопровода на болоте после внесения следующих изменений в его конструкции: трубы с железобетонными утяжелителями заменены обетонированными трубами; на концах участка газопровода на болоте, составленного из обетонированных труб, установлены Г-образные компенсаторы.

2. Анализом НДС участка газопровода на болоте, составленного из обетонированных труб, в зависимости от длины подтопленной подводной части и концентрации растворенных минеральных солей, остатков разложения растительного происхождения, найдены предельные значения параметров эксплуатации газопровода, при достижении которых происходит изменение формы изгиба трубопровода со стрелой подъема, направленной вверх, которое может сопровождаться всплытием обетонированной трубы.

3. Рассчитываемый участок газопровода, который до установки компенсаторов на его концах, при увеличении параметров эксплуатации переходил в неустойчивое положение и которое предшествует его всплытию, после установки компенсаторов переходит в устойчивое положение и нет предпосылок для его всплытия. Газопровод по всей длине рассчитываемого участка растягивается в продольном направлении, при этом в затопленной подводной части имеет место равномерное растяжение трубы. На концах рассчитываемого участка значения напряжений определяются от продольных усилий, задаваемых граничными условиями.

4. Увеличение удельного веса болотной воды, вследствие роста концентрации растворенных минеральных солей и остатков разложений растительного происхождения в ней, приводит к повышению эффективности работы компенсаторов: экстремальные значения прогиба и изгибных напряжений на участке газопровода с максимальным удельным весом воды (γ_{vod} *=11.5 кН/м*^{3}) примерно в два раза меньше соответствующих характеристик изгиба газопровода с минимальным удельным весом воды (γ_{vod} *=10.5 кН/м*^{3}).

5. В случае отказа в работе одного из компенсаторов и безотказной работы другого компенсатора, установленных на концах рассчитываемого участка газопровода на болоте, распределение изгибных напряжений по длине рассчитываемого участка остается без изменений, сам газопровод находится в стабильном положении и нет предпосылок для его всплытия.

6. Защемление грунтом трубы на концах рассчитываемого участка будет сопровождаться отказом в работе установленных здесь компенсаторов и в зависимости от параметров эксплуатации газопровода возможно его всплытие.

Распространение слабых возмущений в многофракционных газовзвесях с полидисперсными частицами при учете движения смеси[1]

Зарипов Р.Р.*

*Институт механики и машиностроения ФИЦ Казанский научный центр РАН, Казань

Изучение особенностей распространения акустических волн в многофазных средах имеет большое значение в различных сферах. Акустические методы позволяют осуществлять мониторинг и диагностику параметров многофазных сред в технологических процессах, атомной энергетике и химической промышленности. Это обуславливает важность изучения закономерностей распространения акустических волн в подобных сложных средах. Основы динамики многофазных сред представлены в известных монографиях [1]–[3]. Изучение особенностей распространения звуковых и затухания волн в аэрозольных системах и туманах представлено в работах [4]–[6]. Влияние многофракционности и полидисперсности на распространения акустических волн в газовзвесях и парогазокапельных смесях изучены в работах [7]–[9]. В рамках линейно теории учет движения смеси в задачах распространений акустических волн в газовзвесях получен в работе [10]. Данное исследование посвящено изучению распространения слабых возмущений в полидисперсных газовзвесях с учетом динамики движения многокомпонентной смеси.

Рассмотрим плоское одномерное движение многофракционной полидисперсной газовзвеси в акустическом поле. Дисперсный состав смеси состоит из M полидисперсных фракций. Каждая фракция смеси состоит из частиц разных размеров и материалов. Также каждая фракция характеризуется своей функцией распределения частиц по размерам. На основе теорий динамики двухфазных сред, представленных в работах[1, 2], получены уравнения сохранения массы и импульса для несущей среды и дисперсных включений, которые учитывают многофракционность и движение смеси в рамках монодисперсной модели. Были получены уравнения сохранения внутренней энергии для газовой фазы, дисперсной фазы и для межфазной поверхности. Рассмотрены и учтены эффекты межфазного трения и теплообмена. Проведена линеаризация полученных уравнений. Интегрируя линеаризованные уравнения для каждой фракции по радиусу частиц, получена система линейных интегро-дифференциальных уравнений, определяющая динамику слабых возмущений в многофракционной газовзвеси с полидисперсными частицами. Решая полученную систему уравнений, было выведено дисперсионное соотношение, которое определяет распространение слабых возмущений в равномерно движущейся смеси газа с полидисперсными частицами. Выведенное дисперсионное соотношения в частных случаях согласуется с соотношениями, полученными ранее в работах [9, 10]. Проанализированы некоторые частные случаи решения полученной дисперсионной зависимости.

[1]Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-71-00111, https://rscf.ru/project/24-71-00111/

Список литературы

[1] Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. 464 с.

[2] Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Изд-во Казан. матем. общ-ва, 1998. 154 с.

[3] Temkin S. Suspension acoustics: An introduction to the physics of suspension. New York: Cambridge University Press, 2005. 418 p.

[4] Cole J.E., Dobbins R.A. Measurements of attenuation of sound by a warm air fog // Journal of the Atmospheric Sciences. 1971. Vol. 28, No. 2. P. 202–209.

[5] Temkin S., Dobbins R. Attenuation and dispersion of sound by particulate-relaxation processes // Journal of the Acoustical Society of America. 1966. Vol. 40, No. 2. P. 317–324.

[6] Губайдуллин Д.А., Ивандаев А.И. Влияние фазовых превращений на распространение звука в туманах. Сопоставление теории с экспериментом // Прикладная механика и техническая физика. 1990. № 6. С. 27-34.

[7] Zaripov R.R Linear waves propagation in multifraction gas suspensions with polydisperse particles // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. Vol. 40. No. 4. P. 846–850.

[8] Gubaidullin D.A., Fedorov Yu.V. The theory of propagation of acoustic waves in a vapor-gas mixture with polydispersed droplets and particles // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. Vol. 40. No. 11. P. 1933–1943.

[9] Gubaidullin D.A., Zaripov R.R. Acoustic waves in multifraction gas suspensions with polydisperse inclusions // High Temperature. 2019. Vol. 53. No. 3. P. 444–446.

[10] Teregulova E.A. Propagation of acoustic waves in a moving monodispersed gas suspension // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2024. Vol. 45. No. 5. P. 2184–2193.

Оценка эффективности методов построения фазовых диаграмм газоконденсатных смесей

Иванаевская Е.С., Малышев В.Л., Моисеева Е.Ф.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

Одной из ключевых задач в моделировании термодинамического поведения углеводородных систем является определение фазового равновесия между паровой и жидкой фазами. От корректного описания фазовых переходов напрямую зависят точность расчетов при разработке нефтегазовых и газоконденсатных месторождений, проектировании сепарационных установок и транспортировке углеводородов. Одним из фундаментальных методов описания фазового поведения многокомпонентных систем является моделирование парожидкостного равновесия (Vapor-Liquid Equilibrium, VLE).

Цель моделирования VLE– определить условия, при которых смесь разделяется на две фазы с разным составом, но одинаковой температурой и давлением. Наиболее широко используемыми методами расчета фазового равновесия, рассмотренные датским ученым Michael L. Michelson, являются анализы стабильности углеводородного состава [1] и методика flash-расчета фаз [2]. Построение фазовой диаграммы возможно с использованием обоих методов, однако выбор зависит от баланса между точностью и вычислительными затратами — особенно это важно при работе с газоконденсатными смесями.

Определение стабильности системы при заданных давлении и температуре основано на минимизации потенциала Гиббса и проверке того, способна ли смесь расслаиваться на две или более фаз. Метод предполагает введение виртуальной фазы и проверку, снизит ли система свою энергию, если произойдёт расслоение. Метод отличается высокой скоростью, однако он лишь оценивает возможность существования двух фаз, не определяя их количественные соотношения.

Flash-расчет представляет собой итерационный метод, позволяющий определить количество и состав фаз при заданных термодинамических условиях. Он основан на уравнении материального баланса:

$$\begin{cases} f_{i,L} - f_{i,W} = 0, \quad i = \overline{1,N} \\ x_i L + y_i W - z_i = 0, \qquad i = \overline{1,N} \\ \sum_{i=1}^{N} y_i - 1 = 0 \\ L + W = 1 \end{cases} \tag{1}$$

где W – доля паровой фазы; L – доля жидкой фазы; z_i – исходный состав смеси, x_i, y_i – составы жидкой и газовой фазы соответственно; $f_{i,L}$, $f_{i,W}$ – летучести жидкой и паровой фазы

Решение системы (1) может быть получено методом последовательных приближений, с решением алгоритма Ньютона-Рафсона, минимизацией энергии Гиббса. Алгоритм включает решение уравнения Ричфорда–Райса для определения паровой доли W, что требует значительных вычислительных ресурсов. Однако именно flash-расчёт позволяет наиболее точно определить фазовое состояние системы, включая состав каждой фазы. В отличие от анализа стабильности, flash-расчёт предоставляет количественные значения общих мольных долей, определяя паровую фракцию W в пределах физически допустимого интервала $0 \leqslant W \leqslant 1$. В случае, если алгоритм сходится и решение находится в диапазоне [0, 1], то система находится в двухфазной области. Если найденное решение $W < 0$ или $W > 1$, то система находится в однофазном состоянии. Однако вблизи критической точки, а также в областях, прилегающих к линиям конденсации и кипения, могут возникать ситуации, при которых решение выходит за пределы допустимого интервала [0, 1], то есть $W < 0$ или $W > 1$, что приводит к снижению точности в определении границ двухфазной области. Данный феномен в литературе описывается как negative flash [3], при котором доля жидкости в расчетах выходит за физически обоснованные границы. Именно поэтому применение flash-расчета для определения мольной доли пара в системе точнее по

сравнению с алгоритмом стабильности системы.

В представленной работе приводится сравнительный анализ эффективности методов построения фазовых диаграмм углеводородных смесей на основе flash-расчета и критерия стабильности. Особое внимание уделено зависимости точности и скорости вычислений от состава углеводородной смеси, включая вариации содержания лёгких (C_1–C_4) и тяжёлых (C_{10}+) компонентов. В работе приводится построение фазовых диаграмм сухого газа и газового конденсата с использованием двух алгоритмов определения двухфазной области. Проведено сопоставление результатов по следующим критериям: точность определения границ двухфазной области и временные затраты на расчет.

Список литературы

[1] Michelsen M.L. (1982). The isothermal flash problem. Part I. Stability. Fluid Phase Equilibria, 9(1), pp. 1-19. https://doi.org/10.1016/0378-3812(82)85001-2.

[2] Michelsen M.L. (1982). The isothermal flash problem. Part II. Phase-split calculation. Fluid Phase Equilibria, 9(1), pp. 21-40. https://doi.org/10.1016/0378-3812(82)85002-4.

[3] Whitson, Curtis & Michelsen, Michael. (1989). The Negative Flash. Fluid Phase Equilibria. 53. 51-71. 10.1016/0378-3812(89)80072-X.

Течение в трещине авто-ГРП, соединяющей нагнетательную и добывающую скважины

Ильясов А.М.[1], Киреев В.Н.[2]

[1] ООО «РН-БашНИПИнефть», Уфа
[2] Уфимский университет науки и технологий, Уфа

В процессе разработки нефтяных месторождений вблизи нагнетательных скважин могут возникать трещины автор-ГРП. Это происходит, как правило, на поздних стадиях разработки, когда для поддержания высокого пластового давления в истощенных коллекторах забойное давление на нагнетательной скважине становится настолько большим, что превышает давление разрыва горной породы. Техногенные трещины авто-ГРП являются незакрепленными (в отличие от технологических трещин ГРП, которые закрепляются твёрдый гранулированный материал – пропантом, добавляемым в жидкость гидроразрыва), и остаются открытыми за счет эрозии стенок трещины под действием нагнетаемых фильтрационных потоков. Длина трещины авто-ГРП со временем увеличивается, и она может достичь одну из ближайших добывающих скважин. В этом случае образуется система «нагнетательная скважина» – «трещина авто-ГРП» – «добывающая скважина» – «пласт», в которой может реализоваться билинейный режим течения, для которого характерно одномерное течение в трещине авто-ГРП и перпендикулярное трещине фильтрационное течение в коллекторе с прямолинейными траекториями частиц.

Решению задачи о билинейном режиме течении в пласте в различных постановках посвящено большое количество работ, начиная с пионерской работы [1], в которой впервые получено решение для забойного давления в системе «бесконечный пласт» - «закрепленная пропантом трещина ГРП бесконечной длины» и заканчивая работами [2]-[4], в которых получены аналитические решения для билинейного течения в бесконечном пласте с закрепленной и незакрепленной пропантом трещиной авто-ГРП конечной длины при заданном постоянном давлении и постоянном расходе на скважине. В работе [5] операционным методом получено аналитическое решение задачи о билинейном течении в конечной трещине авто-ГРП постоянной ширины, соединяющей нагнетательную и добывающую скважины в бесконечном пласте при заданных постоянного давления на обеих скважинах.

В настоящей работе рассматривается задача о билинейном течении в бесконечном пласте с трещиной авто-ГРП конечной длины, соединяющей нагнетательную и добывающую скважины, в случае, когда на одной из скважин задаётся постоянный расход, а на другой скважине поддерживается постоянное давление.

Пусть трещина постоянной ширины w соединяет нагнетательную и добывающую скважины, расположенными на расстоянии L. Трещина и пласт заполнены одной и той же несжимаемой ньютоновской жидкостью. Течение в пласте и трещине однофазное и изотермическое. В начальный момент времени на одной из скважины задается постоянный расход Q_0, а на второй – постоянное давление p_0 (Рис. 1).

Считая, что давление в пласте описывается уравнением пьезопроводности, в котором пренебрегается производными давления по координате x, а течение жидкости в трещине авто-ГРП описывается уравнением сохранения массы с учетом утечки/притока жидкости в пласт через стенки трещины и линеаризованным уравнением течения несжимаемой жидкости в гидравлическом приближении, учитывая проницаемость стенок канала, безразмерные уравнения математической модели, начальные и граничные условия записываются в следующем виде:

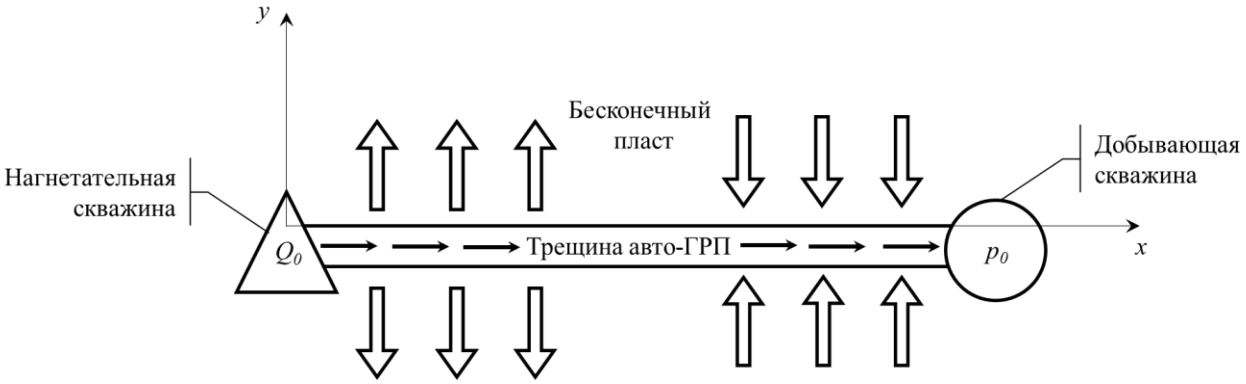


Рис. 1. Схема билинейного течения в системе трещина-пласт.

$$\frac{\partial p_r}{\partial t} = \frac{\partial^2 p_r}{\partial y^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \bar{x}} = A \frac{\partial p_r}{\partial \bar{y}}\Big|_{y=0}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{x}} = -B\mathrm{v}, \quad (3)$$

$$\mathrm{v}(x,0) = 0, \quad p(x,0) = 0, \quad p_r(x,y,0) = 0, \quad (4)$$

$$\mathrm{v}(0,\mathrm{t}) = v_0, \quad p(1,t) = p_0, \quad (5)$$

$$\lim_{y\to\infty} p_r(x,y,t) = 0, \quad (6)$$

$$p_r(x,0,t) = p(x,t), \quad (7)$$

где p_r и p– давление в пласте и трещине, соответственно, v – скорость жидкости в трещине, A и B – безразмерные параметры, а безразмерные скорость v_0 и давление p_0 принимают значения ±1 в зависимости от взаимного расположения нагнетательной и добывающей скважин

Применяя к системе уравнения (1)-(7) метод преобразования Лапласа были найдены аналитические выражения для давления в пласте, а также давление и скорость жидкости в трещине. Так, например, давление в трещине вычисляется по формуле

$$p(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1/4)} \int_0^t (t-\tau)^{-3/4} f(x,\tau)\, d\tau,$$

где

$$f(x,t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\rho t}}{\rho} \left(\frac{Z_1(x,\rho)+Z_2(x,\rho)+Z_3(x,\rho)+Z_4(x,\rho)}{1+2\cos 2\alpha e^{2\alpha}+e^{4\alpha}} \right) d\rho,$$

$$Z_1(x,\rho) = p_0 \frac{\sqrt[4]{\rho}}{\sqrt{2}} e^{\alpha(1+x)} \big[\cos\big(\alpha(1+x)\big) + \sin(\alpha(1+x)) + e^{2\alpha}(\cos(\alpha(1-x)) - \sin(\alpha(1-x)))\big],$$

$$Z_2(x,\rho) = v_0 \sqrt{\frac{B}{A}} e^{\alpha x} [-\sin(\alpha x) + e^{2\alpha} \sin(\alpha(2-x))],$$

$$Z_3(x,\rho) = -v_0 \sqrt{\frac{B}{A}} e^{\alpha(2-x)} [-\sin(\alpha(2-x)) + e^{2\alpha} \sin(\alpha x)],$$

$$Z_4(x,\rho) = p_0 \frac{\sqrt[4]{\rho}}{\sqrt{2}} e^{\alpha(1-x)} [\cos(\alpha(1-x)) + \sin(\alpha(1-x)) + e^{2\alpha}(\cos(\alpha(1+x)) - \sin(\alpha(1+x)))].$$

Полученные решения можно использовать для моделирования однофазной фильтрации в реальном ограниченном пласте с трещиной конечной длины при условии, что в пласте должен существовать билинейный поток с прямолинейными траекториями, а также частицы жидкости не должны пересекать границ реального пласта.

На рис. 2 и 3 показаны распределения давления и скорости в трещине авто-ГРП для трёх моментов времени t = 1, 24 и 72 ч при закачке с расходом Q_0 = 50 м^3/сут на нагнетательной скважине и ширины трещины w = 0,1 мм для различных проницаемостей пласта.

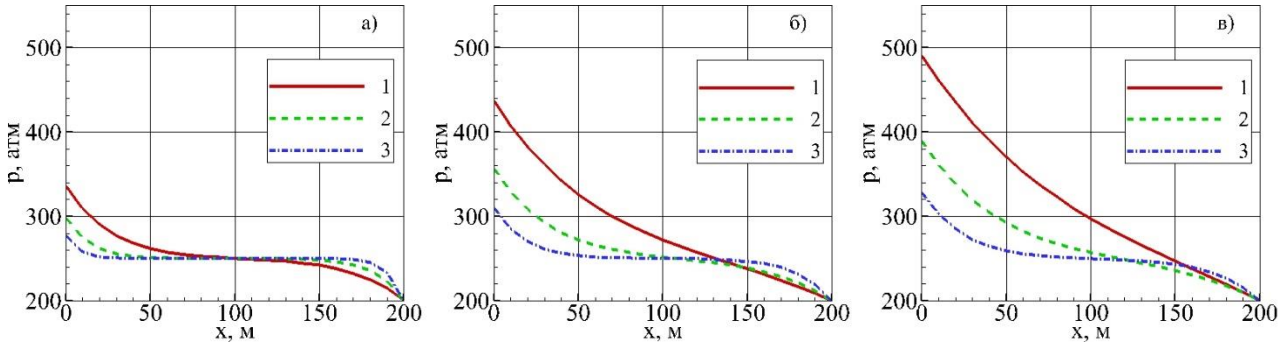


Рис. 2. Давление в трещине в моменты времени (а–в) – t = 1, 24 и 72 ч для различных проницаемостей пласта. Ширина трещины w = 0,1 мм. Расход Q_0 = 50 м^3/сут: *1-3* – k=1, 10, 100 мД.

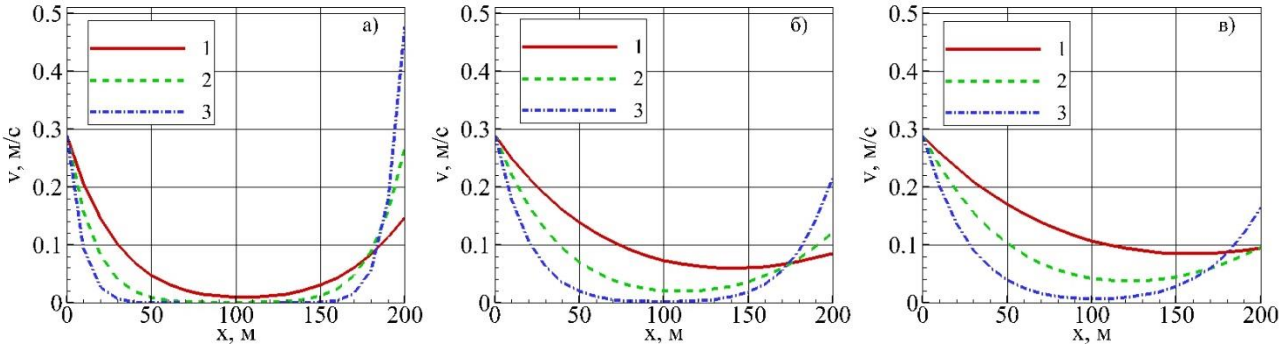


Рис. 3. Скорость жидкости в трещине в моменты времени (а–в) – t = 1, 24 и 72 ч для различных проницаемостей пласта. Ширина трещины w = 0,1 мм. Расход Q_0 = 50 м^3/сут: *1-3* – k=1, 10, 100 мД.

Для пласта с относительно высокой проницаемостью (k = 100 мД) стенки трещины постоянно подвергаются упругому сжатию. Для пласта со средней проницаемостью (k =10 мД) после 24 часов работы скважин непосредственно около нагнетательной скважины образуется зона растяжения, которая со временем увеличивается, но стенки трещины не разрушаются. В пласте с низкой проницаемостью (k =1 мД) на ранних временах (1 ч) края трещины находятся в сжатом состоянии, затем (24 ч) появляется зона растяжения размером примерно 35 м, а через 72 ч берега трещины делятся на 3 зоны – зону разрушения (протяжённостью примерно 20 м), зону растяжения (около 50 м) и зону сжатия (около 130 м).

Скорость жидкости в трещине определяется профилями давления. Точки перегиба давления с течением времени смещаются к добывающей скважине в пластах с различной проницаемостью. При увеличении проницаемости пласта увеличивается и утечка жидкости в пласт со стороны нагнетательной скважины и тем быстрей происходит уменьшение скорости течения в этой области. С увеличением проницаемости пласта также увеличивается приток жидкости в трещину в области пониженного давления у добывающей скважины. Со временем в пластах с проницаемостью k = 10 и k = 100 мД скорость жидкости у добывающей скважины уменьшается, а в малопроницаемых пластах с k = 1 мД скорость у добывающей скважины ведёт себя не монотонно сначала убывая, а затем возрастая.

Таким образом, в работе представлена модель билинейного нестационарного течения в системе «конечная трещина авто-ГРП»/«водонасыщенный линейно-упругий пласт бесконечной протяжённости» и получены аналитические решения для нестационарных полей давления и скорости течения в трещине, а также двухмерного нестационарного поля давления в пласте при мгновенном включении насоса с постоянным расходом на нагнетательной скважине и постоянным давлением на добывающей скважине в изначально невозмущённой системе трещина/пласт.

Список литературы

[1] Cinco-Ley H., Samaniego V. F. Transient pressure analysis for fractured wells // J. Petrol. Techonol. 1981. V. 33. № 9. P. 1749-1766.

[2] Нагаева З. М., Шагапов В. Ш. Об упругом режиме фильтрации в трещине, расположенной в нефтяном или газовом пласте // ПММ. 2017. Т. 81. № 3. С. 319-329.

[3] Хабибуллин И. Л., Хисамов А. А. Моделирование неустановившейся фильтрации жидкости в пласте с трещиной гидроразрыва // ПМТФ. 2022. Т. 63. № 4. С. 116-125.

[4] Ильясов А. М., Киреев В. Н. Аналитическое решение задачи о нагнетании или снижении пластового давления в коллекторе с трещиной // Изв. РАН. МЖГ. 2024. № 2. С. 23-34.

[5] Ильясов А. М., Киреев В. Н. Аналитическое решение задачи о билинейном течении в пласте с конечной трещиной авто-ГРП // ПММ. 2024. Т. 88. № 5. С. 722-737.

New class of rheologic complex models of materials with piezoelectric properties with differential constitutive relations of fractional order and a class of rheologic discrete dynamics system oscillator type or creeper type

Katica R. (Stevanović) Hedrih[1, 2]

[1] Mathematical Institute of Serbian Academy of Sciences and Arts, Belgrade, Serbia
[2] Faculty of Mechanical Engineering, The University of Niš, Niš, Serbia

1. Introduction

Differential constitutive relations of the fractional order, which contain differential operators of the fractional order, are composed. The seven new complex models describe the properties of ideal new materials, which can be elastoviscous solids or viscoelastic fluids. See Table 1 and Ref. [4[.

Using the newly introduced, by author, basic complex, as well as hybrid complex rheological models, of the fractional type, the dynamics of a series of mechanical rheologic discrete dynamic systems of rheologic oscillators or creepers of the fractional type, see Table 2, with corresponding independent generalized coordinates, external and internal degrees of freedom of movement were studied. Laplace transformations of solutions for independent generalized coordinates, external and internal degrees of freedom of system dynamics were determined. On those specimens, it was shown that rheologic complex models, of the fractional type, introduce internal degrees of freedom into the dynamics of the rheologic discrete dynamic system.

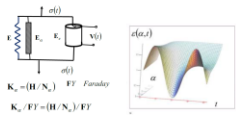
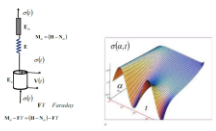
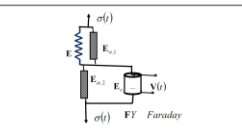
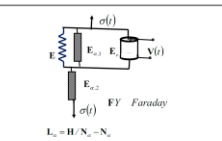
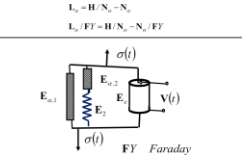
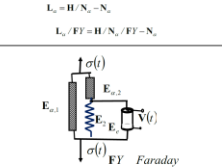
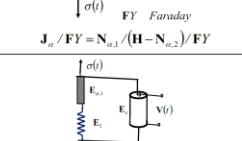
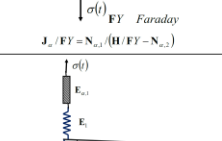
2. Main results

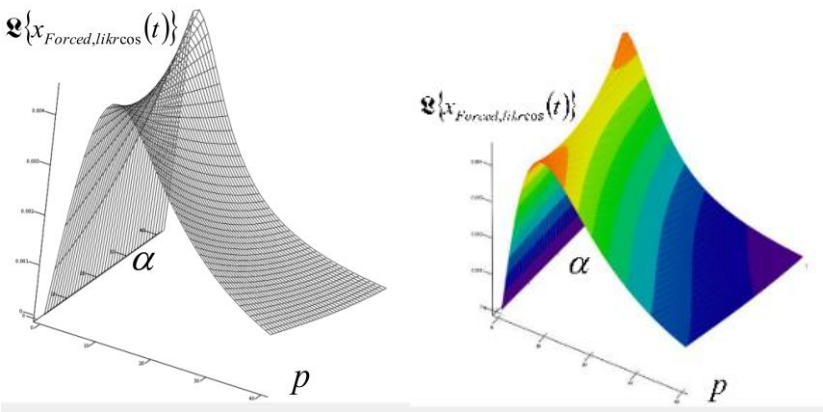
A series of characteristic surfaces of elongations of Laplace transformations of independent generalized coordinates of the dynamics of rheologic discrete dynamic systems of the rheologic oscillator type, i.e. rheologic creeper type, as a function of fractional order differentiation exponent and Laplace transformation parameter are shown. The manuscript presents the scientific results of theoretical research on dynamics of rheologic discrete dynamic systems of the fractional type through new models and rigorous mathematical analytical analysis with differential equations fractional order and Laplace transforms, see Fig.1.

3. Conclusions

The manuscript presents the scientific results of theoretical research on dynamics of rheologic discrete dynamic systems of the fractional type through new models and rigorous mathematical analytical analysis with differential equations fractional order and Laplace transforms. The results of the research on internal degrees of freedom and new ideal rheologic elements offer valuable insights into the behavior of materials. These results can serve for new experimental research, see Ref, [1-3].

Table 1. Tabular comparative overview of new class of complex rheological models of fractional type of ideal materials with piezoelectric properties

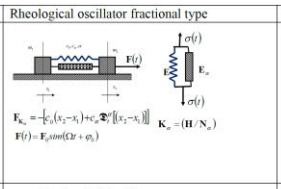
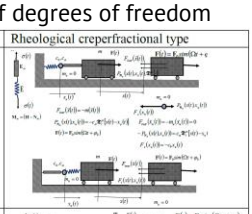
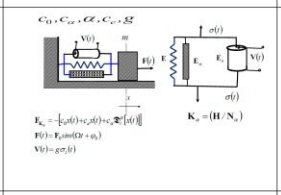
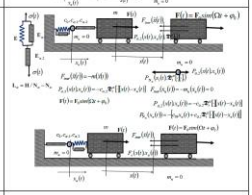
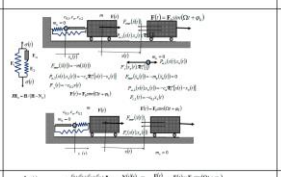
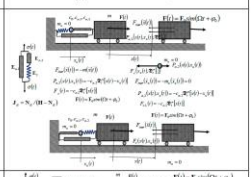
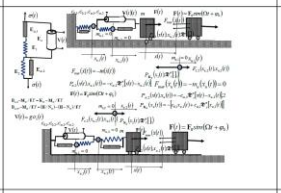
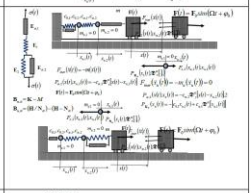
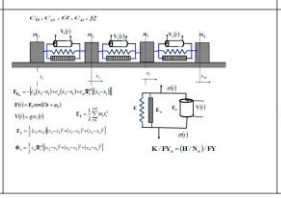
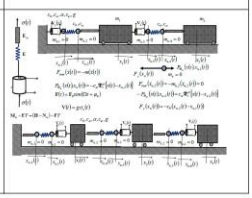
	Solid Elastoviscous fractional type piezoelectric property:	Fluid Visoelastic fractional type piezoelectric property:
Rheological basic complex model fractional type piezoelectric property: Kelvin-Voigt-Faraday's model and Maxwell-Faraday's model	 $\mathbf{K}_{\alpha}=(\mathbf{H}/\mathbf{N}_{\alpha})$ $\mathbf{FY}$ *Faraday* $\mathbf{K}_{\alpha}/\mathbf{FY}=(\mathbf{H}/\mathbf{N}_{\alpha})/\mathbf{FY}$	 $\mathbf{M}_{\alpha}=(\mathbf{H}-\mathbf{N}_{\alpha})$ $\mathbf{FY}$ *Faraday* $\mathbf{M}_{\alpha}-\mathbf{FY}=(\mathbf{H}-\mathbf{N}_{\alpha})-\mathbf{FY}$
Two rheological complex model fractional type piezoelectric property: Lethersich – Faraday-F's moel and Lethersich–FaradayF's moel	 $\mathbf{FY}$ *Faraday* $\mathbf{L}_{\alpha}=\mathbf{H}/\mathbf{N}_{\alpha}-\mathbf{N}_{\alpha}$ $\mathbf{L}_{\alpha}/\mathbf{FY}=\mathbf{H}/\mathbf{N}_{\alpha}-\mathbf{N}_{\alpha}/\mathbf{FY}$	 $\mathbf{FY}$ *Faraday* $\mathbf{L}_{\alpha}=\mathbf{H}/\mathbf{N}_{\alpha}-\mathbf{N}_{\alpha}$ $\mathbf{L}_{\alpha}/\mathbf{FY}=\mathbf{H}/\mathbf{N}_{\alpha}/\mathbf{FY}-\mathbf{N}_{\alpha}$
Two rheological complex model fractional type piezoelectric property: Jeffrys-Faraday-F's model and Jeffrys -Faraday's model	 $\mathbf{FY}$ *Faraday* $\mathbf{J}_{\alpha}/\mathbf{FY}=\mathbf{N}_{\alpha,1}/(\mathbf{H}-\mathbf{N}_{\alpha,2})/\mathbf{FY}$	 $\mathbf{FY}$ *Faraday* $\mathbf{J}_{\alpha}/\mathbf{FY}=\mathbf{N}_{\alpha,1}/(\mathbf{H}/\mathbf{FY}-\mathbf{N}_{\alpha,2})$
Two rheological complex model fractional type piezoelectric property: Burgers – Faraday-F's model and Burgers-Faraday's model	 $\mathbf{FY}$ *Faraday* $\mathbf{B}_{\alpha,\alpha}-\mathbf{M}_{\alpha}/\mathbf{FY}=\mathbf{K}_{\alpha}-\mathbf{M}_{\alpha}/\mathbf{FY}$ $\mathbf{B}_{\alpha,\alpha}-\mathbf{M}_{\alpha}/\mathbf{FY}=(\mathbf{H}/\mathbf{N}_{\alpha})-(\mathbf{H}-\mathbf{N}_{\alpha})/$	 $\mathbf{FY}$ *Faraday* $\mathbf{B}_{\beta\alpha,\alpha}/\mathbf{FY}=\mathbf{K}/\mathbf{FY}-M_{\alpha}$ $\mathbf{B}_{\beta\alpha,\alpha}\mathbf{K}/\mathbf{FY}=(\mathbf{H}/\mathbf{N}_{\alpha}/\mathbf{FY})-(\mathbf{H}-\mathbf{N}_{\alpha}$



a-L$\{x_{Forced,likwcos}\{\}\}$,$0 < \alpha < 1$ b-L$\{x_{Forced,likwcos}\{\}\}$,$0 < \alpha < 1$

Figure 17. The space surfaces of Laplace transforms of rheological elastoviscous forced mode L$\{x_{Forced,likwcos}\{\}\}$- (a) in black-white and b) in color) of independent generalized coordinate $\{x(t)\}$, of external degree of freedom, of the rheological basic Kelvin-Voigt oscillator, fractional-type depending on the exponent α of the fractional order differentiation in the interval $0 < \alpha < 1$, and the Laplace transforms parameter p, for the elastoviscous oscillatory forced dynamics of the rheological basic complex Kelvin-Voigt discrete dynamic system, presented in upper part of from Figure 4, drawn using analytical expression (179), and in the case of single-frequency periodic force action $F(t) = F_{\ 0}cos(\Omega t + \phi_0)$ for external forced frequency Ω=2

Table 2. Tabular comparative overview of new class of complex rheologic discrete dynamic systems of fractional type with one or finite number of degrees of freedom

	Rheological oscillator fractional type	Rheological creperfractional type
A rheological Kelvin-Voigt discrete dynamic system of fractional-type rheological oscillator (left) and a rheological Maxwell discrete dynamic system, a fractional-type-rheological creeper(right)		
A rheological Kelvin-Voigt-Faraday discrete dynamic system of fractional-type with piezoelectric property-rheological oscillator (left) and a rheological Lethersich discrete dynamic system, a fractional-type-rheological creeper (right)		
A rheological Jeffrys-H discrete dynamic system of fractional-type rheological oscillator (left) and a rheological Jeffrys discrete dynamic system, a fractional-type-rheological creeper (right)		
A rheological Burgers-Faraday discrete dynamic system of fractional-type with piezoelectric property-rheological oscillator (left) and a rheological Burgers discrete dynamic system, a fractional-type-rheological creeper (right)		
A rheological Kelvin-Voigt-Faraday discrete dynamic system of fractional-type with piezoelectric property-rheological chain oscillator (left) and a rheological Maxwell-Faraday discrete dynamic system, a fractional-type-rheological chain creeper (right)		

References

[1] Hedrih (Stevanović), K. R, Machado, J. T. (2015), Discrete fractional order system vibrations, *International Journal Non-Linear Mechanics,* 73, 2–11.

[2] Hedrih (Stevanović), K. R, Milovanovic G.V.,, Elements of mathematical phenomenology and analogies of electrical and mechanical oscillators of the fractional type with finite number of degrees of freedom of oscillations: linear and nonlinear modes, Commun. Anal. Mech. 16(4) (2024), 738 – 785; DOI: 10.3934/cam.2024033.

[3] Hedrih (Stevanović), K.R.; Hedrih, A.N. *Rheological Burgers–Faraday Models and Rheological Dynamical Systems with Fractional Derivatives and Their Application in Biomechanics*. Fractal Fract. 2024, 8, x. https://doi.org/10.3390/xxxxx,

[4] Hedrih (Stevanović), K. R,, (2025), An Overview: New Class of Complex Models of Materials Piezoelectric Properties with Differential Constitutive Relation of Fractional Order, Editors: A.Lopes, S. A/ David and A.a M.S.F. Galhano. Fractal and Fractional, 2025, 9, x, https://doi.org/10.3390/xxxxx

Гидродинамическая устойчивость течения плотной суспензии с малоинерционными частицами в плоском канале

Клименко Ю.Т., Боронин С.А.

Сколковский институт науки и технологий, Москва

Работа посвящена изучению гидродинамической устойчивости течений плотных суспензий в плоском канале. Мотивацией для исследования является использование течений плотных суспензий в различных технологических процессах, в том числе, в технологии гидроразрыва пласта (ГРП). Новым элементом исследования является анализ устойчивости течений двухфазной среды с примесью твердых частиц с примесью твердых частиц в широком диапазоне изменения их объемной доли на основе обобщения модели реологии гранулированных сред для плотных суспензий.

Сформулирована система уравнений, описывающая изотермическое течение суспензии с малоинерционными частицами в плоском канале в рамках односкоростной модели взаимопроникающих континуумов. Суспензия рассматривается как двухфазная среда, состоящая из несущей фазы, ньютоновской жидкости, и дисперсной фазы с объемной долей частиц C. Частицы считаются одинаковыми, сферическими, неброуновскими и нейтральноплавучими. В этом случае уравнение движения суспензии принимает следующий вид:

$$\rho_f \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla_j \sigma^{ij} \mathbf{e}^i + \rho_f \mathbf{g}, \qquad (1)$$

где σ^{ij} – тензор напряжений суспензии, ρ_f – плотность несущей фазы, равная плотности вещества частиц. Уравнения неразрывности для суспензии и дисперсной фазы при условии несжимаемости материалов несущей фазы и частиц имеют следующий вид:

$$div(\mathbf{v}) = 0, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + div(C\mathbf{v}) = 0. \qquad (3)$$

Для описания реологии плотной суспензии использована модель, полученная на основе экспериментальных данных по аналогии с моделью реологии гранулированных сред [1]. Реология плотной суспензии полностью определяется двумя функциями, зависящими от безразмерного числа вязкости: объемной доли частиц и коэффициента трения, выражающего отношение сдвиговых напряжений к нормальным напряжениям. В этом случае тензор напряжений суспензии имеет следующий вид [2]:

$$\sigma^{ij} = -\eta_n(C)\eta_f \dot{\gamma} Q^{ij} - p\delta^{ij} + 2\eta_s(C)\eta_f e^{ij}, \qquad (4)$$

где p – давление в несущей фазе, $\eta_s(C)$ и $\eta_n(C)$ – безразмерные сдвиговая и нормальная вязкости, Q^{ij} – диагональный тензор, учитывающий анизотропию нормальных напряжений, возникающую вследствие шероховатости поверхности частиц.

В установившемся режиме течения получены профили объёмной концентрации частиц и скорости суспензии в поперечном направлении канала (Рис. 1).

Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными и результатами предыдущих исследований [3]. В частности, наблюдается характерное достижение максимальной концентрации частиц вдоль оси канала, а также выравнивание профиля скорости при увеличении объемной доли частиц на входе в канал.

Рассмотрена задача линейной устойчивости течения плотной суспензии в плоском канале. Уравнения (1) –(3) были линеаризованы с помощью представления потока в виде суперпозиции основного течения и малых возмущений. Сформулирована система уравнений, описывающая распространение малых возмущений в виде бегущих волн в плоскопараллельном потоке суспензии. Получено, что теорема Сквайра неприменима для сформулированной системы уравнений при учете анизотропных нормальных напряжений в среде частиц, требуется исследование трехмерных возмущений.

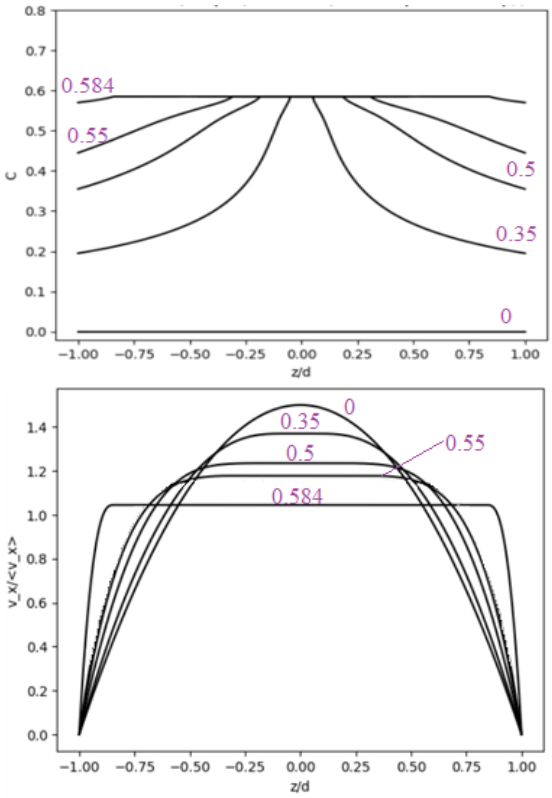


Рис.1. Профили концентрации частиц и скорости суспензии при значениях концентрации частиц на входе 0, 0.35, 0.5, 0.55, 0.584

Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений относительно амплитуды возмущения дискретизирована методом конечных разностей. Задача устойчивости сведена к обобщенной задаче на собственные значения для матриц, решение которой проводится с помощью QZ-алгоритма. С использованием предложенного алгоритма для плоскопараллельного течения Пуазейля в отсутствие частиц получен спектр мод Орра-Зоммерфельда и Сквайра. Полученные численные значения с высокой точностью согласуются с полученными ранее опубликованными результатами других авторов.

Результаты исследования позволят определить зависимость границы области неустойчивости от безразмерных параметров течения плотной суспензии, таких как число Рейнольдса и средняя по сечению канала объёмная доля частиц. Ожидается, что течение плотной суспензии будет неустойчивым в широком диапазоне входных параметров из-за пространственной неоднородности объёмной доли частиц и переменной эффективной вязкости суспензии.

Литература

[1] Boyer F., Guazzelli É., Pouliquen O. Unifying suspension and granular rheology // Physical Review Letters. 2011. Vol. 107, No. 18. P. 188301.

[2] Morris J. F., Boulay F. Curvilinear flows of noncolloidal suspensions: The role of normal stresses // Journal of Rheology. 1999. Vol. 43, No. 5. P. 1213-1237.

[3] Lecampion B., Garagash D. I. Confined flow of suspensions modelled by a frictional rheology // Journal of Fluid Mechanics. 2014. Vol. 759. P. 197-235.

Об особенностях определения параметров движения подводного робота с плавниковым движителем

Коваль К.А., Сухоруков А.Л.

АО «ЦКБ МТ «Рубин», Санкт-Петербург

В последнее время в морской робототехнике все большую популярность приобретают роботы бионического типа, использующие машущий плавник для передвижения [1, 2]. К известным преимуществам плавникового движителя относятся маневренность, малошумность, высокая энергетическая эффективность и возможность совмещения функций движителя и органов управления движением [3, 4]. В то же время при проектировании подобных аппаратов необходимо учитывать, что геометрические и жесткостные характеристики хвостового плавника, а также режимы его работы оказывают существенное влияние на параметры движения робота. Для достижения максимальной эффективности аппаратов бионического типа в процессе проектирования необходимо проработать большое количество возможных вариантов. Основным инструментом такого анализа на сегодняшний день является математическое моделирование динамики аппарата с последующим выявлением зависимостей основных параметров движения от конструктивных особенностей корпуса и плавникового движителя.

Разработка методологии численного моделирования движения аппарата с плавниковым движителем, а также ее валидация проводились с использованием небольшого бионического робота-рыбы, доступного в свободной продаже для развлекательных целей (рисунок 1). Внутри корпуса расположен электромагнит, который при изменении полярности обеспечивает машущее движение плавника. Исследование динамики такого робота проводилось в небольшой емкости с водой, на дно которой была нанесена координатная сетка с размером ячейки 5 х 5 см (рисунок 2). Это позволило определить основные параметры движения в горизонтальной плоскости. Робот перемещался по круговой траектории и развивал линейную скорость приблизительно 0,1 м/с. Такая форма траектории может объяснятся асимметрией колебаний плавника относительно диаметральной плоскости (ДП) аппарата, а также изначальной деформацией хвостового плавника в сторону правого борта.

Рисунок 1 – Бионический робот-рыба

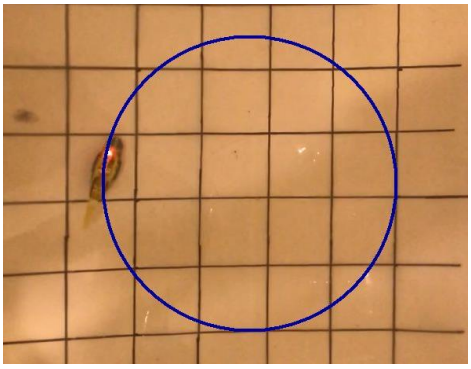


Рисунок 2 – Траектория робота

Для определения гидродинамических характеристик (ГДХ) робота были построены упрощенные цифровые трехмерные модели корпуса и плавника (рисунок 3). На основе численного решения уравнений динамики вязкой жидкости были определены коэффициенты сил и моментов, действующих на корпус при обтекании потоком жидкости со скоростью v_0 = 0,1 м/с и углами дрейфа β от 0° до 16° с шагом 2°. Конкретное значение угла дрейфа β обеспечивалось заданием направления набегающего потока относительно границ расчетной области [5]. Полученные зависимости коэффициентов гидродинамических сил и

моментов от угла дрейфа β (рисунки 4 – 6) могут быть аппроксимированы в виде полиномов:

$$c_{x1}(\beta) = c_{x1}^{0}; \quad (1)$$

$$c_{z1}(\beta) = c_{z1}^{\beta} \cdot \beta + c_{z1}^{\beta|\beta|} \cdot \beta|\beta|; \quad (2)$$

$$m_{y1}(\beta) = m_{y1}^{\beta} \cdot \beta + m_{y1}^{\beta|\beta|} \cdot \beta|\beta| + m_{y1}^{\beta^3} \cdot \beta^3. \quad (3)$$

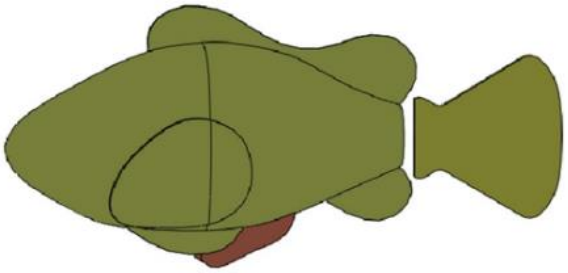


Рисунок 3 – Трехмерная модель робота

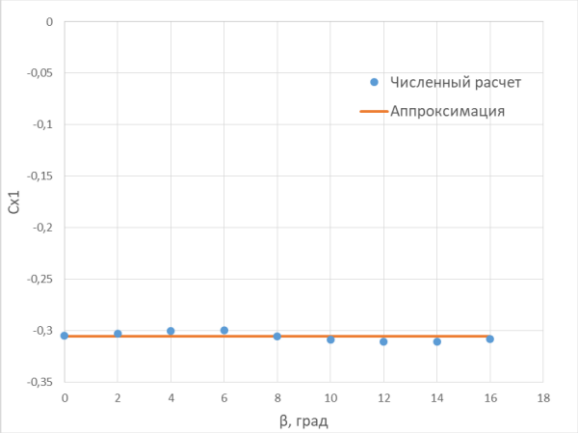


Рисунок 4 – Зависимость коэффициента силы сопротивления от угла дрейфа

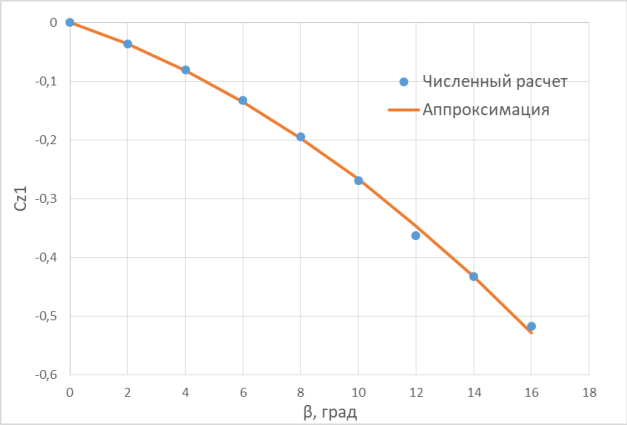


Рисунок 5 – Зависимость коэффициента боковой силы от угла дрейфа

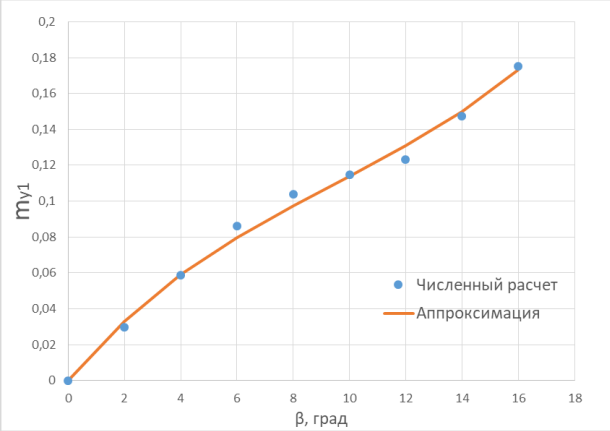


Рисунок 6 – Зависимость коэффициента вращательного момента от угла дрейфа

Численное определение коэффициентов демпфирующих ГДХ корпуса осуществлялось на основе методики [6]. Для этого задавались гармонические колебания корпуса в потоке жидкости по курсовому углу φ, после чего определялись значения гидродинамических сил и моментов при нулевом значении φ и положительном значении угловой скорости ω_y. В результате для корпуса были получены значения коэффициентов демпфирующих ГДХ $c_z^{\omega_y}$ = -1,083 и $m_y^{\omega_y}$ = -0,651.

На машущий плавник, который совершает вращательные колебания относительно корпуса по закону $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega_p t)$, где ω_p – рабочая угловая частота движителя, также действуют гидродинамические силы, которые могут быть определены аналогичным образом.

После подстановки полученных значений сил и моментов, действующих на корпус аппарата и плавник, в уравнения движения аппарата в горизонтальной плоскости [7] и их численного решения были получены параметры движения робота. При этом асимметрия колебаний хвостового плавника относительно ДП в первом приближении учитывалась с помощью поправки ε_{00}, с учетом которой закон колебаний плавника приобретал вид $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega_p t) + \varepsilon_{00}$. С учетом поправки были получены параметры движения робота по круговой траектории (рисунки 7 и 8). Можно отметить, что расчетные значения диаметра циркуляции и установившейся скорости аппарата хорошо согласуются с наблюдаемыми в опыте. Определенные погрешности могут быть связаны с неточностями представления реальной геометрии в цифровой модели.

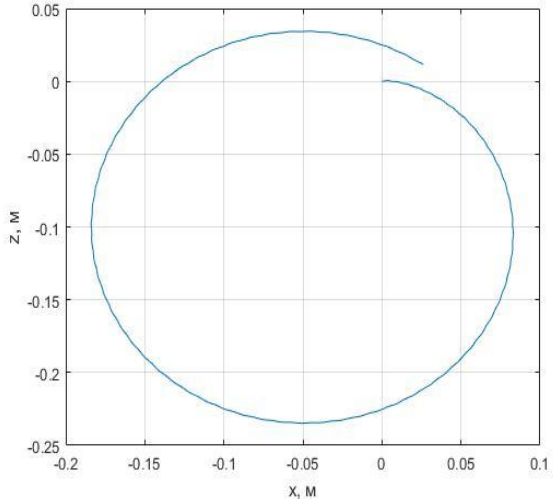


Рисунок 7 – Траектория движения робота

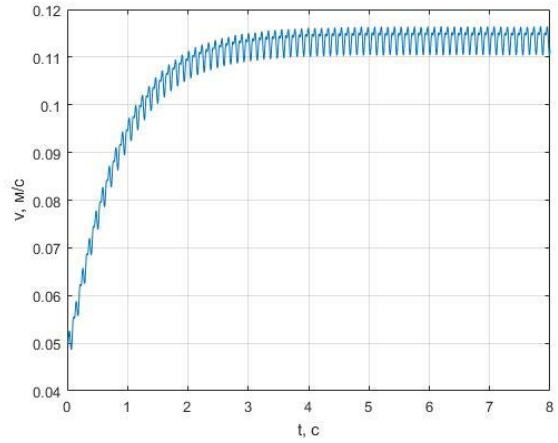


Рисунок 8 – Скорость движения робота

Описанные выше методы моделирования могут быть применены и для роботов с более сложной конструкцией хвостового плавника, которая приближена к строению хвоста реальных гидробионтов, превосходящих по своей энергетической эффективности современные объекты морской техники. Среди причин подобной эффективности исследователи выделяют явление, получившее название «регулируемый гидроупругий эффект» [8]. Этот эффект заключается в способности китообразных физиологически изменять упругие и демпфирующие характеристики хвостового плавника, и, как следствие, его собственную частоту. При этом в большинстве случаев данные гидробионты используют режимы плавания, близкие к резонансным, так как они являются наименее затратными с точки зрения энергии для поддержания колебаний хвостового плавника.

Техническим аналогом реального упругого плавника является составной плавниковый движитель (рисунок 9). Он представляет собой механическую систему, состоящую из последовательно соединенных между собой жесткими связями крыловых поверхностей [9]. Каждая связь имеет в составе шарнир, оснащенный торсионной пружиной. При этом существуют различные варианты конструктивного исполнения данного движительного комплекса [10].

В случае наличия большого количества крыловых поверхностей оценка собственных частот и расчет динамики составного плавникового движителя традиционными методами, такими, как применение уравнений Лагранжа II рода, становятся затруднительными ввиду значительного усложнения выражения для кинетической энергии такой системы. Альтернативой подходу Лагранжа является подход Виттенбурга [11], основанный на схематизации механической системы в виде ориентированного графа (рисунок 10). Вершины графа соответствуют телам системы, а дуги – шарнирным связям. Благодаря однозначному представлению структуры взаимосвязей тел системы возможно в соответствии с заранее определенными правилами записать уравнения движения отдельных тел. Так, для случая плоского движения, система уравнений в матричной форме имеет вид:

$$\underline{A}\begin{bmatrix}\ddot{\varphi}_1\\ \vdots\\ \ddot{\varphi}_n\end{bmatrix}+\underline{B}\begin{bmatrix}\dot{\varphi}_1^2\\ \vdots\\ \dot{\varphi}_n^2\end{bmatrix}+\underline{ShS^T}\begin{bmatrix}\dot{\varphi}_1\\ \vdots\\ \dot{\varphi}_n\end{bmatrix}+\underline{SkS^T}\begin{bmatrix}\varphi_1\\ \vdots\\ \varphi_n\end{bmatrix}= = \underline{R}-(k_1\varphi_0)\underline{SS_0^T},\ i=1\dots n. \quad (4)$$

В выражении (4) $\varphi_1 \dots \varphi_n$ – обобщенные координаты, h и k – диагональные матрицы жесткости торсионных пружин и демпфирования в шарнирах соответственно, S и S_0 – матрицы инцидентности, определяющие структуру взаимосвязей тел, R – вектор внешних силовых воздействий, A и B – матрицы, содержащие инерционные характеристики механической системы.

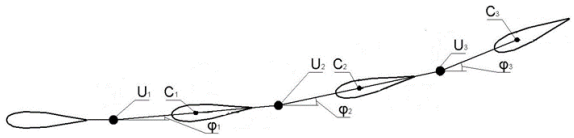


Рисунок 9 – Составной плавниковый движитель

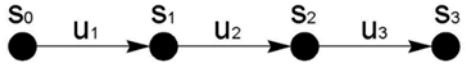


Рисунок 10 – Ориентированный граф

Таким образом, в результате выполнения работы была разработана методология численного моделирования движения бионического робота с плавниковым движителем. При этом расчетные параметры движения достаточно хорошо согласуются с наблюдаемыми в испытаниях в ёмкости с водой. Разработанная методология в сочетании с методикой расчета динамики составного плавникового движителя может быть использована при проектировании перспективных биоморфных роботов, способных за счет реализации регулируемого гидроупругого эффекта достигать повышенных пропульсивных характеристик.

Список литературы

[1] Low K.H., Chong C.W., Zhou Ch. Performance study of a fish robot propelled by a flexible caudal fin // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Anchorage. Alaska, USA. May 3 – 8. 2010. P. 90 – 95.

[2] Xie F., Li Z., Ding Y., Zhong Y., Du R. An experimental study on the fish body flapping patterns by using a biomimetic robot fish // IEEE Robotics and Automation Letters. Preprint Version. Accepted September. 2019. P.1 – 8.

[3] Романенко Е.В. Гидродинамика дельфинов, рыб и ластоногих // Сборник трудов «Фундаментальная и прикладная гидрофизика». 2008. № 2, С. 13 – 28.

[4] Ахмедов Т.Х. Летательные и подводные аппараты с машущими движителями. Монография. – М.: Инфра-Инженерия, 2017. – 192 с.

[5] Сухоруков А.Л., Титов М.А. Способ определения позиционных гидродинамических характеристик подводного объекта // Патент на изобретение № 2784549, 2022.

[6] Сухоруков А.Л., Чернышев И.А. Способ определения демпфирующих гидродинамических характеристик подводного объекта // Патент на изобретение № 2731817, 2020.

[7] Рождественский В.В. Динамика подводной лодки / В.В. Рождественский – Т1. Л.: Судостроение, 1970.

[8] Першин С.В., Шаров Я.Ф., Носов Е.П. Гидробионт как адаптивная колебательная система // Бионика. 1973. Вып. 7.

[9] Сухоруков А.Л., Лускин Б.А., Коваль К.А. Подводный аппарат с плавниковым движителем // Патент на изобретение № 2678732, 2019.

[10] Сухоруков А.Л., Болгарев И.Ф., Коваль К.А. Подводный аппарат с плавниковым движителем // Патент на изобретение № 2818387, 2024.

[11] Виттенбург Й. Динамика систем твердых тел. – М.: Мир, 1980. – 294 с.

Атомно-силовая микроскопия полисульфоновых композитов

Корнев Ю.В.[1], Валиев Х.Х.[1], Молчанов С.П.[2], Муромцев Д.Н.[1], Павлючкова Е.А.[2], Власов А.Н.[1], Карнет Ю.Н.[1]

[1] Институт прикладной механики РАН, Москва
[2] Институт нефтехимического синтеза им. А.В. Топчиева РАН, Москва

Разработка полимерных материалов и их композитов с заданными технологическими, упруго-прочностными, теплофизическими и др. характеристиками является актуальной задачей, решение которой позволит создавать инновационные изделия [1-4]. Большое внимание привлекает полисульфон как инженерный пластик, характеризующийся определенными преимуществами, связанными с его повышенной термостойкостью. Этот материал обладает высокой жесткостью и высокой химической стойкостью, может работать в кипящей воде под нагрузкой, имеет отличные диэлектрические свойства в широком диапазоне температур и частот. Композиционные материалы на основе этих термопластичных связующих полисульфонов представляют большой интерес для практического применения. Основные направления использования полисульфонов и их композитов - электроника, электротехника, автомобильная и аэрокосмическая промышленность, оптоэлектроника, системы хранения информации, ядерные реакторы, мембраны для микро- и ультрафильтрации, биомедицина и т.д. [5-6]. В данной работе синтезированы новые композиты полисульфона ПСФ-150 (ОАО «Институт пластмасс», Россия) с частицами аморфного диоксида кремния субмикронного размера марки Aerosil 200 (Evonik Resource Efficiency GmbH, Германия). Были получены образцы с объемной концентрацией наполнителя (ф): с ф = 0,5 % до ф = 8,8 %. Структуру поверхности синтезированных композитов изучали в микро и нано-масштабе с помощью атомно-силового микроскопа АСМ EasyScan (Nanosurf, Швейцария). АСМ работал в полу-контактном режиме на воздухе при комнатной температуре с дополнительным режимом фазового контраста [7] и был защищен от внешних возбуждений с помощью динамического антивибрационного столика TS-150 (Fabrik am Weiher, Швейцария). Изображения обрабатывались с помощью алгоритмов программы SPIP (Image Metrology, Дания). Снимки АСМ получались также с помощью Smart SPM Scanning Probe Microscope (HORIBA Ltd Scientific and Analytical Instruments, France SAS). Пример полученного на атомно-силовом микроскопе Smart SPM изображения топографии композита с концентрацией наполнителя 6,1 % представлен на рис. 1.

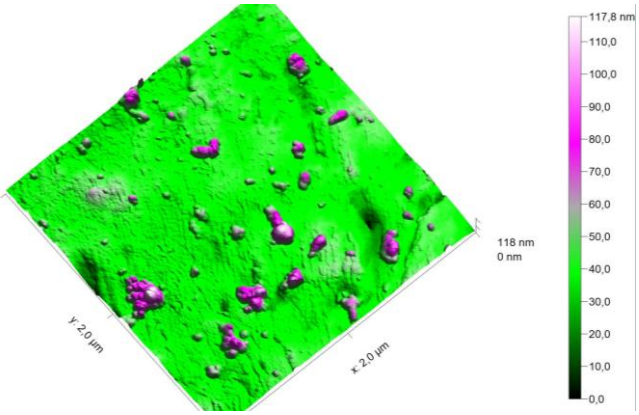


Рис. 1. АСМ-изображения топографии поверхности композитного полисульфона с концентрацией наполнителя φ = 6, 1 %: Скан 2.0 x 2,0 мкм.

Контрастные фиолетовые области - агломераты наполнителя Aerosil 200 на топографических АСМ-изображениях визуализированы на зеленом однородном фоне полимерной матрицы. Усредненные распределения наполнителя в композите при концентрациях ф = 6, 1 %, полученные на обоих атомно - силовых микроскопах, является достаточно однородным с размерами агломератов в среднем около 150 нм и расстоянием между включениями порядка 450 нм.

Все композиты испытывались на измерительном комплексе NanoTest 600 (Micro Materials Ltd., Великобритания) методом нано-

индентирования с целью оценки упруго-гистерезисных свойств данного класса материалов и выявления изменений механических свойств от степени наполнения высокодисперсными частицами. Из исследований зависимости нагрузки от глубины вдавливания, полученных в ходе экспериментов в NanoTest 600 при увеличении степени наполнения композитов от ϕ = 0,5 % до ϕ = 8,8 %, установлено увеличение приведенного модуля упругости в 1,3 раза. Также наблюдалось увеличение твердости, относительного гистерезиса при нано-индентировании и незначительное снижение податливости контакта.

При получении функциональных материалов на основе наночастиц ключевым моментом для решения многих прикладных задач является не только простое заполнение матрицы, но и поиск способов контролируемой и точной организации массивов наночастиц. Большое значение имеет взаимодействие между наполнителем и полимерной матрицей на молекулярном уровне, которое может привести к синергизму полезных свойств материала органических и неорганических компонентов. Физико-механические свойства композита определяются основными параметрами полученной структуры. К таким параметрам относятся показатели, отражающие геометрическое взаимное расположение дисперсной фазы и полимерной матрицы в системе. Увеличение объемной доли наполнителя сопровождается монотонным ростом содержания граничных слоев. В результате свободная часть полимера может полностью перейти в состояние пограничного слоя. В композиционном материале формируется каркас из дисперсных частиц, находящихся в контакте друг с другом. Полученные в данном исследовании экспериментальные данные хорошо описываются теоретическими представлениями, разработанными в работе [8]. Так, в области разбавленных систем с ϕ = 0,5 % частицы жесткого наполнителя в полимерной матрице расположены на достаточно большом расстоянии друг от друга, не образуют решетчатых структур и практически не влияют на изменение механических свойств синтезированных композитов. При переходе в область структур, характерных для средне-наполненных систем с ϕ = 6, 1 % и расстояниями между наполнителями около 450 нм, начинает формироваться бесконечная кластерная структура и первая тетраэдрическая решетка с координационными числами 1, 2 или 3. В результате значение приведенного модуля упругости данного композита увеличивается в 1,3 раза по отношению к модулю упругости исходной полимерной матрицы. Таким образом, визуализированная структура наполнителя Aerosil 200, сформированная в полисульфоновой матрице ПСФ-150, позволяет провести корреляцию с механическими свойствами синтезированных композитов. С увеличением степени наполнения происходит увеличение модуля упругости, твердости и относительного гистерезиса этих материалов.

Работа выполнена в рамках Государственной программы исследований Институте прикладной механики РАН (ИПРИМ РАН).

Список литературы

[1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. I. М.: Наука, 1987. С. 464.

[2] Nigmatulin R. I. Dynamics of Multiphase Media, Vol. 1 and 2, Hemisphere Publ. Corp., New York, 1991.

[3] Нигматулин Р.И. Многомасштабность и многофазность // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, №: 4-5 С. 2661-2663.

[4] Нигматулин Р. И. Механика сплошной среды. Кинематика. Динамика. Термодинамика. Статистическая динамика. Москва. ГЭОТАР-Медиа, 2014. С. 639.

[5] Зенитова Л. А., Штейнберг Е. М. // Полисульфон как функциональный полимерный материал и его производство, Международный научно-исследовательский журнал, 6:6 2012. 23-28.

[6] Nica, S., Poni P., Asandulesa M. et al, “Tailoring the features of modified polysulfone/carbon filler nanocomposites to enhance physical properties for electronic applications, “Materials Today Chemistry, 33,101711 (2023).

[7] Valiev, K. K., Minaev, A. Y., Stepanov, G. V. et al, “Scanning Probe Microscopy of Magnetorheological Elastomers., “J. Surf. Investig. 13, 825–827 (2019).

[8] Симонов-Емельянов И. Д., Харламова К. И., Дергунова Е. Р. // Маслоемкость дисперсных порошков и определение максимального содержания наполнителей в полимерных композиционных материалах, Клеи. Герметики. Технологии, 3 2022. 18-24.

Каплеобразование травителя в буферном слое на поверхности оптического волокна в ходе линзования

Корнилин Д.А., Демин В.А., Пономарев Р.С.

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Среди множества существующих методов получения линзованных оптических волокон следует выделить метод объемного химического травления. Он является наиболее простым в воспроизводстве и самым приемлемым в плане повторяемости по сравнению с другими методами, в частности, методом электродугового оплавления [1–3]. Несмотря на его преимущества, в процессе получения заготовок линзованных волокон имеется множество проблем, связанных с влиянием большого числа параметров, определяющих результирующие характеристики заготовок [4].

Целью данной работы является оценка влияния температуры на процесс каплеобразования на поверхности оптического волокна в буферном слое, представленным ксилолом. В качестве травителя использовался 40-процентный раствор плавиковой кислоты. Буферный слой предотвращал проникновение паров кислоты в воздух. Материалом для изготовления преформ являлось одномодовое оптическое волокно с диаметром оболочки 125 мкм и сердцевины – 9 мкм. Процесс травления протекал в течение 1.5 ч при температурах от 25 до 50 ˚С.

По результатам экспериментов можно судить о влиянии температуры на интенсивность каплеобразования в среде ксилола (Рис.1.). При повышении температуры кислоты в указанном диапазоне интенсивность процесса каплеобразования значительно увеличивается.

Список литературы

[1] Asadollahbaik A. et al. Highly Efficient Dual-Fiber Optical Trapping with 3D Printed Diffractive Fresnel Lenses // ACS Photonics. 2020. Vol. 7, № 1. P. 88–97.

[2] Mononobe S., Ohtsu M. Fabrication of a pencil-shaped fiber probe for near-field optics by selective chemical etching // Journal of Lightwave Technology. 1996. Vol. 14, № 10. P. 2231–2235.

[3] Wu C.-C. et al. Fabrication of asperical lensed optical fibers with an electro-static pulling of SU-8 photoresist // Opt Express. 2011. Vol. 19, № 23. P. 22993–22998.

[4] Корнилин Д.А., Пономарев Р.С., Демин В.А. Экспериментальное исследование влияния толщины буферного слоя на форму заготовок для линзованных оптических волокон // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. 2024. Т. 21, № 3. С. 396–403.

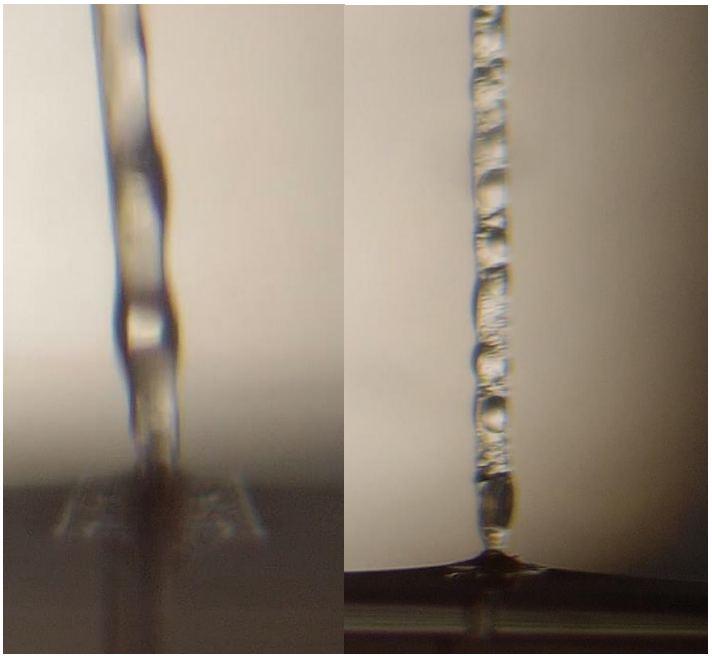


Рис. 1. Каплеобразование в ходе процесса травления оптического волокна через 20 минут после начала процесса: слева – температура раствора составляет +25 ˚С, справа + 50˚

Экспериментальное исследование динамики воздушного пузырька под воздействием ультразвука вблизи и на твердых поверхностях с различной степенью гидрофобности

Кучинский М.О.[*], **Любимова Т.П.**[*,**],

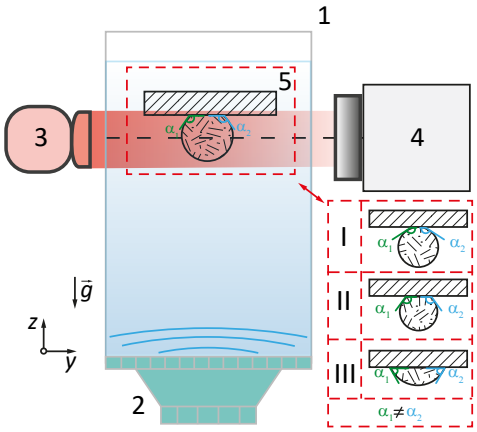
[*]Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, Пермь
[**]Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Поведение пузырьков газа вблизи и на твердых поверхностях, погруженных в жидкость, в настоящее время является предметом активных исследований [1]. Этот научный интерес обусловлен как фундаментальными аспектами, связанными с физикой межфазных взаимодействий на границе раздела газ-жидкость-твердое тело, так и широкими перспективами практического применения.

В качестве количественной характеристики смачиваемости поверхности используют краевой (контактный) угол. Данная характеристика существенно влияет на характер адгезии пузырьков, их форму и устойчивость.

Особый интерес представляют исследования с внешним силовым воздействием, в частности изучение влияния ультразвуковых колебаний [2] на систему «пузырёк – твердая поверхность». Так акустическое поле способно существенно влияет на поведение пузырьков, вызывая ряд эффектов.

Комплексное изучение которых открывает новые возможности для углубления фундаментальных знаний о межфазных взаимодействиях и совершенствования существующих технологических процессов.



Целью настоящей работы является исследование влияния ультразвука на систему твердая поверхность – жидкость - пузырек воздуха. В качестве твердых поверхностей в экспериментах использовались пластины различной степени смачиваемости (кварц, акрил и тефлон). Характерный размер воздушного пузырька составлял $\approx$ 1 мм. Рассматривался сонохимический реактор имеющий форму параллелепипеда (1); в нижней части которого располагался источник ультразвука с частотой 28 кГц (2), в верхней – исследуемые пластины (5). Для регистрации изменения контактного угла использовались SSD камера *Basler acA1920-155um* (4) и коллимированный источник контрового света *Telecentric HP illuminator* (3), оснащенный телецентрическими макрообъективами.

Эксперименты показали ряд особенностей в поведении пузырьков под действием ультразвука в зависимости от свойств поверхности. На кварцевых пластинах наблюдается образование стабильного жидкого слоя, препятствующего непосредственному контакту пузырька с поверхностью. В этом случае пузырек под действием неоднородности акустического давления смещается в область с меньшим давлением, где совершает устойчивые колебания около равновесного положения.

Для гидрофобных материалов, таких как акрил и тефлон, характерно закрепление пузырьков на поверхности. При этом их колебания происходят с частотой, соответствующей второй моде собственных колебаний формы (k=2), что хорошо согласуется с теоретическими предсказаниями [3].

Исследование выполнено при поддержке из средств гранта Российского научного фонда (грант № 24-11-00269).

Список литературы

[1] Javadi K., Davoudian S. H. Surface wettability effect on the rising of a bubble attached to a vertical wall //International Journal of Multiphase Flow. – 2018. – Т. 109. – С. 178-190.

[2] Gao K. et al. Effect of gas input conditions and ultrasound on the dynamic behavior of flotation bubbles //Acs Omega. – 2022. – Т. 7. – №. 26. – С. 22326-22340.

[3] Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Cherepanov A. A. Resonance oscillations of a drop (bubble) in a vibrating fluid //Journal of Fluid Mechanics. – 2021. – Т. 909. – С. A18.

Оценка влияния геолого-физических характеристик пласта на процесс многофазной фильтрации при водогазовом воздействии

Леушин Н.В., Шевелев А.П., Гильманов А.Я.

Тюменский государственный университет, Тюмень

Трудноизвлекаемые запасы увеличиваются каждый год, и традиционная добыча на таких месторождениях становится менее эффективной. Именно поэтому методы повышения нефтеотдачи особенно актуальны сегодня.

В данной работе рассмотрен метод увеличения нефтеотдачи – водогазовое воздействие (ВГВ). Моделирование такого процесса осложнено многофазной фильтрацией флюидов различной подвижности.

Существует две разновидности ВГВ [1-2]: чередующаяся подача воды и газа и одновременная. В работе рассмотрен метод с попеременной закачкой воды и газа. Процесс заключается в последовательной подаче сначала газа, потом воды.

Данный метод обширно применяется и уже накоплен значительный опыт проведения таких мероприятий. Цель работы – выбор сценариев реализации процесса, максимально учитывающих реальные возможности применения водогазового воздействия [3-5] и определение наиболее эффективного соотношения воды и газа для закачки в пласт. Среди критериев оценки рассматривались: проницаемость коллектора, расчлененность пласта, система разработки с различными конструкциями скважин и расстоянием между скважинами, а также различные объемы закачиваемого агента (вода, газ).

Многовариантные расчеты проводились на секторной гидродинамической модели (E300). Поскольку эксперименты на условие смесимости не проводились [6-7], предполагалось, что вытеснение нефти при водогазовом воздействии происходило без смешения газа с нефтью.

По результатам анализа всего массива данных (более 10000 сценариев), была сформирована база систем разработок с различными входными геолого-физическим характеристиками, позволяющая выявить зависимость накопленной добычи нефти от различных объемов закачки воды и газа.

В работе показано, что эффект применения водогазового воздействия отмечается при проницаемости коллектора свыше 20 мД. Оптимальным является соотношение закачки воды и газа, обеспечивающее компенсацию отбора жидкости свыше 100%, как при закачке воды, так и при закачке газа.

Список литературы

[1] Максутов Р.А. Классификация технологий водогазового воздействия. Технология ТЭК, 2007. №1 С. 42-45.

[2] Дроздов А.Н., Егоров Ю.А., Телков В.П. и др. Технология и техника водогазового воздействия на нефтяные пласты. Ч. 2. Исследование довытеснения модели нефти водогазовыми смесями после заводнения. Территория Нефтегаз, 2006. №3 С.48-51.

[3] Зацепин В.В. Максутов Р.А. Основные вопросы применения и классификации технологий водогазового воздействия. Нефтепромысловое дело, 2008. № 12. С. 16-21.

[4] Рузин Л.М., Морозюк О.А. Методы повышения нефтеотдачи пластов (теория и практика): учебное пособие. Ухта: УГТУ. 2014. С. 127.

[5] Казаков К.В., Бравичев К.А. Технология интенсификации водогазового воздействия на низкопроницаемых коллекторах. Вестник ЦКР Роснедра. 2014. №6. С. 46-51.

[6] Поспелова Т.А., Кобяшев А.В., Гужиков П.А., Васильев А.С., Шевелев А.П. и др. Дизайн водогазового воздействия: пути достижения смешиваемости, инструменты и методы анализа, оценка эффективности. SPE-196758-RU.

[7] Рублев А.Б., Федоров К.М., Шевелев А.П. Моделирование работы залежи с применением метода материального баланса. Нефть и газ. 2011. №5. С. 33.

On a method for simulating the component-fractional composition of fluids in oil and gas production

Litvinov V.L., Litvinova K.V.

Samara State Technical University, Samara
Moscow State University, Moscow

To analyze phase behavior and model the composition of oil and gas mixtures, equations of state are used, which require the introduction of pseudocomponents. This is because real mixtures contain a large number of components, especially in heavy fractions, which significantly complicates calculations. To simplify the process, components are grouped into pseudocomponents. Additionally, to reduce computational costs, light components can also be combined.

Pseudocomponents are defined based on distillation data and the properties of oil and hydrocarbon condensate. They are characterized by parameters such as boiling range, average boiling temperature, density, molar mass, critical pressure and temperature, critical volume, and acentric factor. These pseudocomponents are then divided into fractions based on boiling temperature (e.g., in increments of 10°C), by hydrocarbon groups (C6, C7, C8, etc.), or through expert judgment [6].

For the SCN (Single Carbon Number) series, the upper boiling limit is set slightly above the boiling point of the corresponding n-alkane (by 0.5°C).

Problem Statement: Consider a mixture consisting of 10 components, some of which are pseudo-fractions combining multiple hydrocarbon components. For example, pseudo-fraction number 10 includes C20, C21, ..., C80, covering both normal hydrocarbons and their isomers. The goal is to reduce the number of heavy components by first splitting these pseudo-fractions into smaller groups (Splitting) and then recombining them into more efficient groups (Lumping) [1–3].

There are several approaches to Splitting and Lumping:

1. Splitting can be performed based on molecular weight using algorithms proposed by Pedersen [6] or Whitson [1, 6].
2. Lumping can be automated using algorithms that group components based on their properties.

This paper presents an automatic Lumping scheme [3, 7] that uses K-values (equilibrium ratios) at fixed pressure and temperature, typical for the process under study. The K-values are calculated using the FLASH algorithm under standard conditions (p = 1 atm, T = 288.71 K). This approach reduces the number of components by half and decreases computational complexity by a factor of four, with an error margin not exceeding 5%.

Compositional modeling using various Lumping schemes also allows for the study of how different combinations of pseudocomponents affect the results of hydrodynamic simulations.

References

[1] Whitson C.H. and Torp S.B. Evaluating Constant Volume Depletion Data. - JPT (March 1983), Trans., AIME, 275.

[2] Koldoba A.V., Koldoba E.V. Thermodynamically Consistent Model of Multicomponent Mixtures with Phase Transitions. - Mathematical Modeling, 2010, vol. 22, no. 4, pp. 147-155.

[3] Koldoba E.V. Method for Constructing Thermal Constants of Phase Equilibrium for Multicomponent Solutions / Mathematical Modeling, 2018. pp. 84–96.

[4] Litvinova K.V. “On one solution of multicomponent filtration with phase transitions when modeling the development of oil and gas-containing reservoirs”, Materials of the International Youth Scientific Forum “LOMONOSOV-2024”, section “Development of Oil and Gas Fields”, MAX Press, Moscow State University .M.V. Lomonosova, 2024..

[5] Litvinov V.L., Litvinova K.V. “Mathematical modeling of oil and gas production based on the construction of self-simular traveling wave solutions for two-component filtration equations”, XIII INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE dedicated to the 30th anniversary Institute of Oil and Gas named after. M.S. Gutserieva, Izhevsk, 2023, 251-255.

[6] Brusilovsky A.I. Phase Transformations in Oil and Gas Development. - Graal Publishing House, Moscow 2002, 575 p.

[7] Yau-Kun Li, Long X. Nghiem, Alan Siu. Phase Behavior Computations for Reservoir Fluids: Effect of Pseudocomponents on Phase Diagrams and Simulation Results. Petroleum Society of Canada. Journal of Canadian Petroleum Technology. 1985. 24 p.

Изучение многокомпонентной фильтрации с фазовыми переходами пластового углеводородного флюида

Литвинова К.В.

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва

Прогнозирование процессов многокомпонентной фильтрации с учетом фазовых переходов, включая как сжимаемые, так и несжимаемые жидкости, требует применения методов математического моделирования. Для эффективного решения этой задачи необходимо учитывать несколько аспектов [3]:

1) Физико-химическая модель должна учитывать основные свойства процессов и взаимодействие между компонентами системы, и обеспечивать соответствие между уравнениями состояния фаз и кривыми фазового равновесия.

2) Термодинамически согласованные модели должны быть простыми и эффективными для параллельного численного расчета.

3) Необходимо определить тип уравнений и изучить их свойства.

4) Разработать вычислительные алгоритмы для численного интегрирования уравнений многокомпонентной фильтрации с фазовыми переходами.

Моделирование процессов многокомпонентной многофазной фильтрации играет важную роль в повышении эффективности добычи. Но фильтрационные течения с фазовыми переходами изучены недостаточно. Малейшие изменения в режиме течения могут привести к резкому изменению гидродинамического сопротивления, колебаниям на скважине и закупорке коллектора. Непредсказуемые изменения состава и колебания на скважине являются типичными проблемами разработки «газированных» залежей нефти и газоконденсата, что приводит к потере значительных запасов углеводородов.

При моделировании многокомпонентной двухфазной фильтрации с фазовыми переходами часто можно упростить задачу, заменив многокомпонентную смесь на двухкомпонентную с эффективными параметрами. Поэтому модель двухкомпонентной фильтрации остается актуальной [3].

Модель двухфазной фильтрации несжимаемых флюидов без фазовых переходов была предложена Баклеем и Левереттом в 1941 году. Она широко используется для моделирования задач вытеснения, состоящих из гиперболического уравнения для фазовой насыщенности и эллиптического уравнения для давления.

Свойства уравнений, описывающих многокомпонентную многофазную фильтрацию, хорошо изучены в предположении, что все фильтрующиеся фазы несжимаемы и для всех компонентов выполнено правило Амаго (аддитивность парциальных объемов). В этих предположениях из уравнений, выражающих законы сохранения каждого компонента, следует условие бездивергентности поля скорости фильтрации, что обеспечивает одинаковый полный объемный поток фильтрующихся флюидов через все сечения, зависящий от времени. Уравнения многокомпонентной фильтрации разделяются на эллиптическое уравнение для давления и систему уравнений первого порядка для концентраций компонентов, в которую давление не входит.

Модель нефтегазоконденсатного месторождения представляет собой модель многокомпонентной фильтрации с фазовыми переходами. Проблема разработки таких месторождений связана с непредсказуемыми изменениями состава пластовой углеводородной системы и фазового насыщения. Многокомпонентная изотермическая фильтрация описывается системой нелинейных уравнений в частных производных, для решения которых характерны разрывы концентраций компонентов [1, 2]. В зависимости от температурно-барических условий двухкомпонентная смесь может находиться в однофазном или двухфазном состоянии. Во втором случае будем условно считать более плотную фазу жидкой и обозначать ее индексом L, а менее плотную фазу - газовой фазой и обозначать ее индексом G.

Таким образом, моделирование процессов многокомпонентной фильтрации с учетом фазовых переходов является сложной, но важной задачей, имеющей практическое значение для добычи углеводородов.

Определим полную скорость фильтрации W из обобщенного закона Дарси:

$$W = -K\left(\frac{k_L}{\eta_L} + \frac{k_G}{\eta_G}\right)\frac{\partial p}{\partial x}. \quad (1)$$

Здесь K – абсолютная проницаемость коллектора, k_L, k_G – относительные проницаемости жидкой и газовой фаз, η_L, η_G – вязкости фаз. Обозначим через c молярную концентрацию более легкого компонента, а объемную насыщенность газовой фазы обозначим через s.

Уравнения изотермической двухкомпонентной фильтрации выглядят следующим образом [1, 2]:

$$\begin{cases} m\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \\ m\frac{\partial (nc)}{\partial t} + \frac{\partial (\chi Q)}{\partial x} = 0, \\ Q = -D\frac{\partial p}{\partial x}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь m – пористость, n – молярная плотность компонентов, Q — плотность молярного потока компонентов, χ — доля более легкого компонента в потоке, D —некоторая функция. Первое уравнение системы (2) выражает закон сохранения полного числа молей, второе – это уравнение сохранения для второго компонента, третье – это уравнение для потока.

Произведя замену переменной $\xi = x - Ut$ и опуская некоторые математические выкладки получим автомодельное решение системы уравнений (2) типа "бегущей волны" [1, 2]:

$$\begin{cases} -mnU + Q = A = \text{Const}, \\ -mncU + \chi Q = A' = \text{Const}, \\ Q = -D\frac{dp}{d\xi}. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь U – скорость скачка для разрывов концентрации.

Найдем значение констант интегрирования A и A', входящих в уравнения (3), для случаев, когда с одной из сторон скачка смесь находится в однофазном состоянии ($\chi = c$). Пусть течение в этой области содержит точку, в которой смесь имеет концентрацию c_0. Тогда в этой точке $\chi = c = c_0$ и из первых двух уравнений системы (3) следует $A' = Ac_0$ и $A(c - c_0) = 0$. Второе равенство справедливо, когда либо $A = 0$, либо $A \neq 0$ и $c = c_0$ (последнее равенство выполняется только в однофазной области).

В случае, когда $A = 0$ получаем решение типа "бегущей волны", содержащее скачок, не выводящий смесь из однофазного состояния. Данный случай не представляет интереса для изучения фильтрации с фазовыми переходами.

Случай $A \neq 0$, $c = c_0$ дает решение типа "бегущей волны", содержащее скачок, переводящий смесь из однофазного состояния в двухфазное. Пусть $A = -mUN$, где N = Const. Из (3) получаем [1, 2]

$$\begin{cases} \frac{dp}{d\xi} = mU\frac{N-n}{D}, \\ n\frac{\chi - c}{\chi - c_0} = N. \end{cases} \quad (4)$$

Система уравнений (4) применяется для создания автомодельных решений со скачком концентрации, который вызывает изменение количества фаз. Например, с одной стороны от скачка раствор однородный, а с другой — двухфазный. Если известны концентрация и давление в определённой точке двухфазной зоны, можно определить константу N [1, 2].

Нелинейные уравнения двухкомпонентной фильтрации обладают свойствами гиперболических, параболических и эллиптических уравнений. Решения этой системы характеризуются наличием сильных и слабых разрывов концентраций, которые распространяются с конечной скоростью. Сложности возникают при наличии фазовых переходов. Автомодельные решения представляют интерес для тестирования численных алгоритмов и изучения сложных фильтрационных течений [1]. В подземной гидродинамике известны автомодельные решения для несжимаемых фаз без фазовых переходов, используемые для описания вытеснения нефти водой или сжатым газом. Однако сжимаемость фаз также играет важную роль. В работе рассматриваются флюиды, которые могут быть как сжимаемыми, так и несжимаемыми, и в которых происходят фазовые переходы.

Список литературы

[1] Колдоба Е.В. Автомодельные решения уравнений двухкомпонентной изотермической фильтрации с фазовыми переходами/Математическое моделирование. Т.8 №7, 2006, с. 53-60.

[2] Литвинов В. Л., Литвинова К.В “Об одном решении уравнений многокомпонентной фильтрации с фазовыми переходами при моделировании разработки нефте- и газосодержащих пластов”, Молодежная наука: вызовы и перспективы: [Электронный ресурс]: Материалы IV Всероссийской научно-практической конференции / Отв. редактор О.В. Карсунцева –Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2021. – 1 электрон.опт. диск (CD-R)., 2021, 114–120.

[3] Литвинов В. Л., Таршицейский И.Л. “Моделирование фильтрации многокомпонентных углеводородных растворов”, Молодежная наука: вызовы и перспективы: [Электронный ресурс]: Материалы III Всероссийской научно-практической конференции / Отв. редактор О.В. Карсунцева –Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2020. – 1 электрон.опт. диск (CD-R)., 2020, С.173–179.

Limitation of Lumped Thermal Models for Fiber Bragg Grating Sensors in Broad Environmental Temperature Ranges

Zargham Ali Mirza[1], Diana S. Roshka[1], Ivan V. Sergeichev[1], and Ghader Rezazadeh[1,2]

[1] Center for Materials Technologies, Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russia
[2] Mechanical Engineering Department, Urmia University, Urmia, Iran

A comparison of Fiber Bragg Grating (FBG) sensors with conventional electrical and mechanical sensors highlights their small size, multiplexing capability, lightweight design, and resistance to corrosion and electromagnetic interference. These features make FBG sensors ideal for temperature measurement in fields like aerospace, energy, healthcare, and structural health monitoring, especially in confined or complex environments due to their compactness and sensitivity [1]. For typical applications, lumped thermal models assuming uniform temperature distribution are reliable when the Biot number is low, indicating negligible internal thermal resistance compared to external resistance [2]. However, under wide temperature ranges, gradients and material property variations can cause inaccuracies in linear lumped models, which assume constant properties. For example, temperature-dependent changes in the fiber's thermo-optic coefficient can affect measurement accuracy [4]. This study explores these limitations and proposes a nonlinear lumped thermal model to address them.

This study analyzes the temperature response of FBG sensors using the classic lumped thermal model, focusing on broad temperature range applications. The model assumes uniform temperature distribution, valid for small Biot numbers where internal conduction outpaces external heat exchange. This simplifies the thermal response to an ordinary differential equation, avoiding spatially resolved complexities. However, wide temperature ranges cause significant variations in material properties like density, specific heat, and thermal conductivity, requiring the model to include nonlinear terms.

The balance of energy per unit length of the fiber can be expressed as a differential equation, which characterizes the sensor's response to environmental temperature changes. This can be presented as follows:

$$\begin{gathered}\tau_{Fiber}^{(L)}\left(\frac{d\theta(t)}{dt}\right)+\theta(t)=\theta_{env}(t);\\ \tau_{Fiber}^{(L)}=\left(\frac{m_{eq}C_P^{(eq)}}{h(2\pi r_S)}\right);\\ m_{eq}C_P^{(eq)}=\sum_{i=G,C,S}\rho_i A_i C_P^{(i)}\end{gathered} \tag{1}$$

Where m_{eq} denotes equivalent mass per unit length of the fiber, while $C_P^{(eq)}$ represents equivalent specific heat and r_S and h are the outer diameter of the FBG and heat convection coefficient respectively. The variables ρ_i , $C_P^{(i)}$ and A_i signify the density, specific heat and cross-sectional area of each layer respectively, and the symbols G, C and S refer to the glass core, the cladding layer, and the sheath or outer coating respectively.

Solving the equation yields the FBG sensor's temperature response, assuming constant material properties—a valid assumption for narrow temperature ranges or small variations. This aligns with the lumped model's uniform temperature assumption. However, for broad temperature ranges, properties like specific heat and density, which vary with temperature, must be considered. Typically, density changes gradually, while specific heat exhibits a linear trend due to thermal expansion. Near the glass transition point, these variations may become nonlinear. For temperature ranges from room temperature to ~600 K (silica) or ~600 K (polymers), linear approximations suffice [5-7]:

$$\begin{gathered}\rho_G=\rho_C=\rho_G^{(0)}(1-\alpha_G T);\\ \rho_P=\rho_P^{(0)}(1-\alpha_P T)\\ C_G=C_C=C_G^{(0)}(1+\gamma_G T);\\ C_P=C_P^{(0)}(1+\gamma_P T)\end{gathered} \tag{2}$$

As a consequence of the temperature-dependent properties of the material, a nonlinearity is introduced into the model as a result of the changes in temperature experienced by the sensor. This leads to the nonlinear characteristic equation of the sensor, which can be expressed as follows:

$$\tau_{Fiber}^{(0)}\left[1+\varepsilon_1\theta(t)+\varepsilon_2\big(\theta(t)\big)^2\right]\left(\frac{d\theta(t)}{dt}\right) + \theta(t)=\theta_{env}(t); \quad (3)$$

Where the coefficients $\tau_{Fiber}^{(0)}$, ε_1 and ε_2 can be expressed in terms of the geometrical and physical properties of the fiber's layers as follows:

$$\tau_{Fiber}^{(0)}=\frac{1}{h}\sum_{i=G,C,S}A_i\rho_i^{(0)}C_i^{(0)};$$
$$\varepsilon_1=\frac{1}{\tau_{Fiber}^{(0)}}\left[\sum_{i=G,C,S}A_i\rho_i^{(0)}C_i^{(0)}(\gamma_i-\alpha_i)\right]; \quad (4)$$
$$\varepsilon_2=\frac{1}{\tau_{Fiber}^{(0)}}\left[\sum_{i=G,C,S}A_i\rho_i^{(0)}C_i^{(0)}(\gamma_i\alpha_i)\right]$$

It is noteworthy that the relatively modest values of α_i and γ_i in the result contribute to a similarly modest value for ε_1. However, the value of ε_2 is even more modest, as its value depends on the multiplication of α_i and γ_i. Consequently, in the context of analysis, it can be effectively disregarded.

The nonlinear formulation (3), which represents the sensor nonlinear characteristic equation, reflects the coupling between the sensor's temperature and its material properties. This is a necessary aspect to accurately capture the sensor's thermal response over a wide temperature range. This extension addresses the limitations of the linear model and enables more realistic predictions.

For the linear case, the governing equation assumes constant material properties, allowing the use of superposition. If the response to a unit pulse input is $H(t)$, the solution for an arbitrary input temperature $\theta_{env}(t)$ can be expressed as the convolution integral. This simple solution provides a straightforward approach to compute the temperature response for any given input environmental temperature changes, due to the linearity of the system.

In the case of nonlinear material properties that vary with temperature, the governing equation is a nonlinear ordinary differential equation. The equation can be solved over time using direct numerical integration methods, such as the Runge-Kutta scheme. Nevertheless, obtaining an analytical solution for such nonlinear equations represents a significant challenge. Asymptotic perturbation techniques can be applied to address this challenge, provided that certain assumptions are met, such as small deviations around a reference state. This approach allows us to express the solution as a perturbation series of the form:

$$\theta(t)=\varepsilon_1\theta_0(t)+\varepsilon_1\theta_1(t)+O(\varepsilon_1)^2 \quad (5)$$

Substituent of solution (6) to equation (3) will lead to the following linear equations:

$$(\varepsilon_1)^0:\quad \tau_{Fiber}^{(0)}\left(\frac{d\theta_0(t)}{dt}\right)+\theta_0(t)=\theta_{env}(t);$$
$$(\varepsilon_1)^1:\quad \tau_{Fiber}^{(0)}\left(\frac{d\theta_1(t)}{dt}\right)+\theta_1(t) = -\theta_0(t)\left(\tau_{Fiber}^{(0)}\frac{d\theta_0(t)}{dt}\right) = \theta_0(t)\big(\theta_0(t)-\theta_{env}(t)\big); \quad (6)$$

The two linear differential equations, which can be solved sequentially, offer an asymptotic approach to computing the temperature response for any given input environmental temperature changes. The order of accuracy can be controlled by expanding the solution in accordance with the value of the small parameter.

This study presents numerical results comparing the lumped parameter and nonlinear models under broad temperature variations. Using SMF-28 optical fiber (properties in Table 1), it highlights the significant effects of temperature-dependent density and specific heat on system behavior. The comparison underscores the need to incorporate nonlinear thermal properties for accurate results across wide temperature ranges.

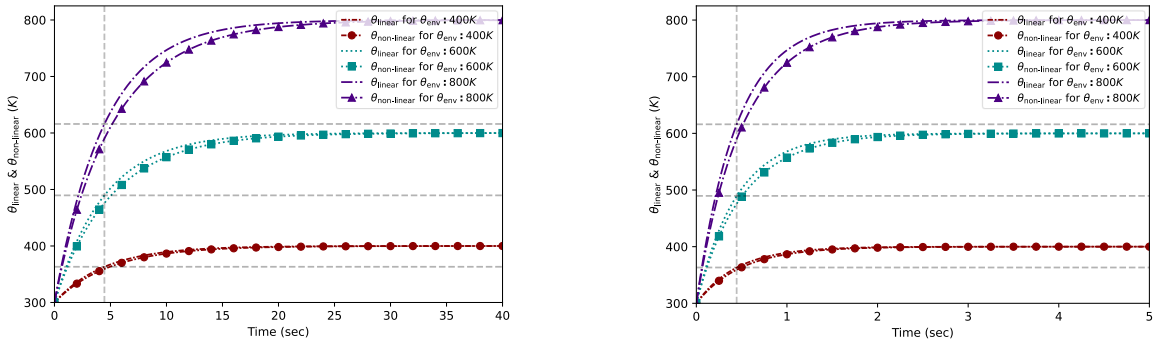
Table 1. Geometrical and Material Properties of SMF-28 Fiber optic sensor

Properties	Silica or Silica fusion (glass core and Cladding)		Sheath Coating	
Conductivity (W/mK)	$k_G^{(0)}=1.4$	$\beta=10^{-4}(/K)$	$k_s^{(0)}=0.2\sim0.3$	$\beta=10^{-3}(/K)$
Density (Kg/m^3)	$\rho_G^{(0)}=2200$	$\alpha=5\times10^{-7}(/K)$	$\rho_s^{(0)}=1200\sim130$	$\alpha=10^{-4}(/K)$
Specific heat (J/KgK)	$C_G^{(0)}=700$	$\gamma=1.43\times10^{-4}(/K)$	$C_s^{(0)}=1500$	$\gamma=10^{-3}(/K)$

Figure 1 presents a comparison between the linear and nonlinear models under a range of environmental temperature conditions. Figure 1(a) depicts the response of the linear and nonlinear models to a step function alteration in environmental temperature, with the temperature range extending from room temperature to 400 K, 600 K, and 800 K. The linear model exhibits a consistently faster response than the nonlinear model, indicating a longer response time for the latter. Similarly, Figures 1(b) depicts the case of forced convection, exhibiting trends consistent with

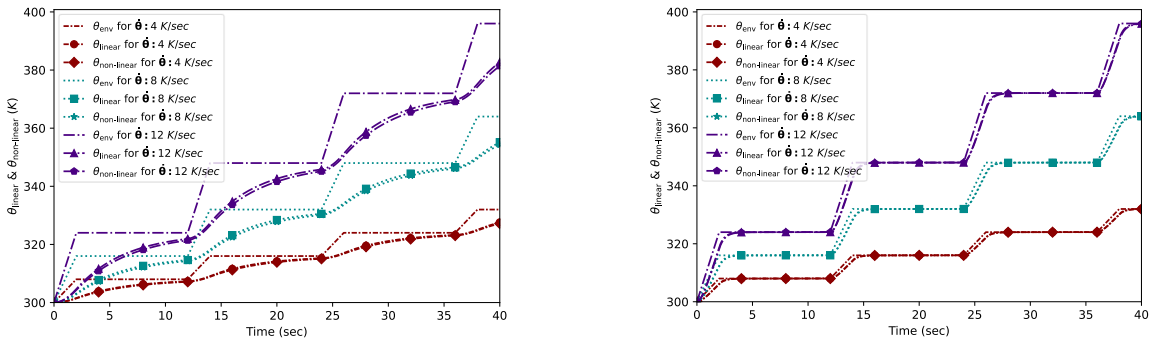
Figures 1(a). However, the response times for both models are more rapid than those observed in the case of free convection. In all scenarios, the nonlinear model's response time increases with the range of temperature changes, thereby demonstrating the significant impact of nonlinear effects in accurately capturing thermal behavior under broad temperature variations and varying heat transfer conditions.

Figure 2 demonstrates the responses of the FBG to constant-rate temperature changes with dwell time. Figures 2(a) and 2(b) correspond to free convection and forced convection, respectively. It is important to note that the dwell time significantly affects the response from the FBG sensor, as evidenced by the increased discrepancies between the linear and nonlinear models observed for very high heating rates and very short dwell times.



(a) (b)

Fig 1. Linear vs. nonlinear model responses to step changes in environmental temperature: (a,) free convection and (b) forced convection



(a) (b)

Figure 2. FBG response to constant-rate temperature changes with dwell time and differences between models: (a) free convection; (b) forced convection

The findings of this study demonstrate the necessity of incorporating temperature-dependent material characteristics into the modeling of Fiber Bragg Grating (FBG) sensors, particularly in circumstances where the sensors are subjected to substantial temperature fluctuations. Given the relatively low values of the Biot number, a uniform temperature distribution within the sensor enables the implementation of a simplified linear lumped modeling approach, which is accurate for smaller temperature changes. However, as the temperature range increases, the nonlinear behavior induced by the inherent temperature-dependent changes in material properties, such as density and specific heat, is not captured by the linear model. Consequently, the impact of alterations to the material properties was taken into account, resulting in the emergence of a nonlinear differential equation. To investigate the nonlinear response, perturbation techniques were employed in simulations incorporating different cases, including the response to step environmental temperature changes, constant-rate heating, and temperature fluctuations around a target value. The findings indicate that the nonlinear model offers a more precise depiction of the sensor's genuine thermal response to substantial temperature variations. These findings underscore the indispensability of nonlinear models in applications where precise temperature measurements are paramount, particularly in environments characterized by

substantial temperature fluctuations. The study provides definitive guidance on the optimization of FBG sensor designs for applications requiring high-precision temperature sensing across a wide range of operating conditions.

References

[1] Luo, C., Wang, H., Zhang, D., Zhao, Z., Li, Y., Li, C., & Liang, K. (2021). Analytical Evaluation and Experiment of the Dynamic Characteristics of Double-Thimble-Type Fiber Bragg Grating Temperature Sensors. Micromachines, 12(1), 16. https://doi.org/10.3390/mi12010016

[2] Ahmed, Z., Filla, J., Guthrie, W., & Quintavalle, J. (2015). Fiber Bragg Grating Based Thermometry. NCSL International measure, 10(1), 28–31. https://doi.org/10.1080/19315775.2015.11721744

[3] Wang, Wenyuan & Yu, Yongqin & Geng, Youfu & Li, Xuejin. (2015). Measurements of thermo-optic coefficient of standard single mode fiber under large temperature range. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. 9620. 10.1117/12.2193091.

[4] Liang, S., Wang, Z., Wang, P. et al. The Improvement of Temperature Sensitivity by Eliminating the Thermal Stress at the Interface of Fiber Bragg Gratings. Instrum Exp Tech 67, 596–601 (2024). https://doi.org/10.1134/S0020441224700647

[5] Touloukian, Y. S., Thermophysical Properties of Matter - The TPRC Data Series: Thermal Conductivity (Vol. 1), Plenum Press, New York, 1970,

[6] Mark, J. E., Polymer Data Handbook, Oxford University Press, 1999;

[7] Shackelford, J. F., & Alexander, W. CRC Materials Science and Engineering Handbook. CRC Press, 1992; Van Krevelen, D. W., & Te Nijenhuis, K. Properties of Polymers. Elsevier, 2009.

Влияние двойной проницаемости пласта на продуктивность вертикальной скважины

Морозов П.Е.[*,], Абдуллин А.И.[*,***]**

[*]Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН, Казань
[**]Институт геологии и нефтегазовых технологий К(П)ФУ, Казань
[***]Институт вычислительной математики и информационных технологий К(П)ФУ, Казань

В отличие от пористых и гранулярных сред, трещиновато-пористые среды характеризуются наличием двух видов пустотности – пористых блоков (матрицы), отделенных друг от друга развитой системой трещин. Как правило, пористые блоки имеют относительно низкие фильтрационные свойства, но значительную вмещающую способность. Трещинная система, наоборот, характеризуется низкими емкостными, но высокими фильтрационными свойствами. В модели, предложенной Г.И. Баренблаттом, Ю.П. Желтовым и И.Н. Кочиной, трещиновато-пористая среда представляется в виде «вложенных» друг в друга пористой и трещинной сред, между которыми происходит переток жидкости, прямо пропорциональный разности усредненных давлений в блоках и трещинах [1].

Одним из основных источников информации о фильтрационно-емкостных свойствах трещиновато-пористых пластов являются гидродинамические исследования скважин на неустановившихся режимах фильтрации [2, 3]. Традиционно считается, что при установившейся фильтрации давление в пористых блоках и трещинах выравнивается, и трещиновато-пористая среда ведет себя как однородная среда. Однако условие равенства давления в пористых блоках и трещинах при установившейся фильтрации выполняется не во всех случаях. Например, в работе [4] предложен экспериментальный метод определения фильтрационно-емкостных свойств трещиновато-пористого образца при одномерной установившейся фильтрации. За счет комбинации граничных условий на торцах образца удается получить различное распределение давления в трещинах и пористых блоках, что в свою очередь позволяет определять проницаемость трещин и параметр перетока при известной проницаемости пористых блоков образца.

В настоящей работе рассматривается задача установившейся фильтрации жидкости к вертикальной скважине, работающей с постоянным расходом в трещиновато-пористом пласте с круговым контуром питания. Предполагается, что приток жидкости к стволу скважины происходит как по системе трещин, так и через пористые блоки (рис. 1 *а*). Неидеальный контакт ствола скважины с трещинной и пористой средами учитывается через скин-эффект. Тогда процесс установившегося притока жидкости к вертикальной скважине в круговом пласте с двойной проницаемостью описывается системой

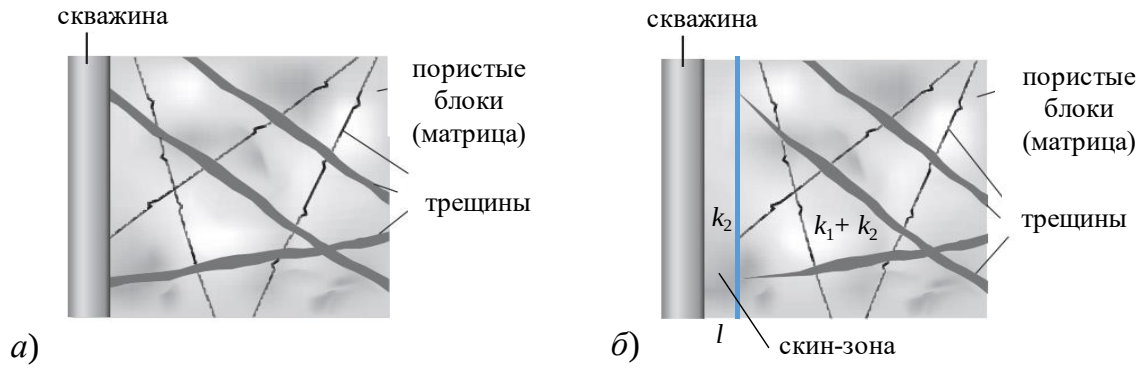


Рис. 1. Схема притока жидкости к скважине в трещиновато-пористом пласте: *а*) по трещинам и пористым блокам; *б*) по пористым блокам.

дифференциальных уравнений:

$$\frac{k_1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dp_1}{dr}\right)+\alpha(p_2-p_1)=0, \quad (1)$$

$$\frac{k_2}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dp_2}{dr}\right)-\alpha(p_2-p_1)=0, \quad (2)$$

с граничными условиями

$$p_1(R_k)=p_2(R_k)=p_k, \quad (3)$$

$$2\pi h\left(\frac{k_1}{\mu}\frac{dp_1}{dr}+\frac{k_2}{\mu}\frac{dp_2}{dr}\right)\Big|_{r=r_c}=-Q,\ \left(p_i-S_i\frac{dp_i}{dr}\right)\Big|_{r=r_c}=p_c. \quad (4)$$

Здесь p_1, p_2 – давление в трещинах и пористых блоках; k_1, k_2 – проницаемость трещин и пористых блоков; r_c – радиус скважины; Q – дебит скважины; p_c – забойное давление; α – параметр перетока жидкости между пористыми блоками и трещинами; S_1, S_2 – скин-эффект скважины, относящийся к трещинам и пористым блокам; μ – вязкость жидкости; h – мощность пласта; R_k – радиус пласта. Следует отметить, что аналогичная система дифференциальных уравнений описывает установившийся приток жидкости к вертикальной скважине в двухслойном пласте со слабопроницаемой перемычкой [5, 6].

Аналитическое решение задачи (1)-(4) имеет следующий вид

$$p_{1d}=ln\frac{r_{ed}}{r_d}-\frac{(1-\chi)(S_1-S_2)\Psi_{0,0}(r_d)}{\Psi_{0,0}(1)+\left((1-\chi)S_1+\chi S_2\right)\Psi_{1,0}(1)}, \quad (5)$$

$$p_{2d}=ln\frac{r_{ed}}{r_d}+\frac{\chi(S_1-S_2)\Psi_{0,0}(r_d)}{\Psi_{0,0}(1)+\left((1-\chi)S_1+\chi S_2\right)\Psi_{1,0}(1)}, \quad (6)$$

где $p_{id}=\frac{2\pi(k_1+k_2)h}{\mu Q}(p_k-p_i)$ – безразмерное давление; $\Psi_{n,m}(r_d)=\left(\sqrt{\sigma}\right)^n\left[I_n\left(\sqrt{\sigma}r_d\right)K_m\left(\sqrt{\sigma}r_{kd}\right)-K_n\left(\sqrt{\sigma}r_d\right)I_m\left(\sqrt{\sigma}r_{kd}\right)\right]$; $r_d=\frac{r}{r_c}$; $r_{kd}=\frac{R_k}{r_c}$; $\sigma=\frac{\lambda}{\chi(1-\chi)}$; $\lambda=\frac{\alpha r_c^2}{k_1+k_2}$; $\chi=\frac{k_1}{k_1+k_2}$; $I_0(x), I_1(x), K_0(x), K_1(x)$ – модифицированные функции Бесселя 1-го и 2-го рода.

Продуктивность вертикальной скважины в пласте с двойной проницаемостью равна:

$$J=\frac{2\pi(k_1+k_2)h}{\mu}\frac{1}{p_{cd}}, \quad (7)$$

где $p_{cd}=lnr_{ed}+\frac{(\chi S_1+(1-\chi)S_2)\Psi_{0,0}(1)+S_1S_2\Psi_{1,0}(1)}{\Psi_{0,0}(1)+(\chi S_2+(1-\chi)S_1)\Psi_{1,0}(1)}$ – безразмерное забойное давление.

Важно отметить, что параметр перетока α влияет на продуктивность скважины лишь при условии $S_1\neq S_2$. В противном случае, при $S_1=S_2=S$ распределения давления в трещинах и пористых блоках совпадают $p_{1d}=p_{2d}=ln\frac{r_{ed}}{r_d}$, а забойное давление и продуктивность скважины будут равны соответственно $p_{cd}=lnr_{ed}+S$ и $J=\frac{2\pi(k_1+k_2)h}{\mu(lnr_{ed}+S)}$.

Далее рассмотрим случай “залеченных” трещин в призабойной зоне, когда приток жидкости в скважину происходит только через пористые блоки (рис. 1 *б*). Аналогичное граничное условие на торце образца использовалось в работе [4] при экспериментальном определении проницаемости трещин и параметра перетока. Полагая $S_1=\infty$ и $S_2=0$, получим формулу для вычисления продуктивности скважины в пласте с двойной проницаемостью:

$$J=\frac{2\pi(k_1+k_2)h}{\mu\left[lnr_{ed}+S_f\right]}, \quad (8)$$

где $S_f=\frac{k_1\Psi_{0,0}(1)}{k_2\Psi_{1,0}(1)}$ – скин-эффект вследствие “залеченности” трещин в призабойной зоне. Для приближенного расчета скин-эффекта рассмотрим пласт с проницаемостью k_1+k_2 и кольцевой призабойной зоной, имеющей проницаемость k_2 и радиус, равный характерному размеру пористого блока $l=\sqrt{k_2/\alpha}$ (рис. 1 *б*). Скин-эффект скважины в зонально-неоднородном пласте определятся формулой:

$$S_f=\frac{k_1}{k_2}ln\frac{l}{r_c} \quad (9)$$

На рис. 2 представлена зависимость продуктивности скважины в пласте с двойной проницаемостью от параметра перетока α, рассчитанная по точной формуле (8) и приближенной формуле (8), (9). Расчеты проводились при следующих параметрах: $Q=10$ м³/сут; $h=10$ м; $r_c=0{,}1$ м; $R_k=500$ м; $k_1=0{,}05$ мкм²; $k_2=0{,}0025$ мкм²; $\mu=1$ мПа·с; $p_k=10$ МПа. Видно, что с увеличением параметра перетока α происходит рост продуктивности скважины вследствие уменьшения удельной площади пористых блоков

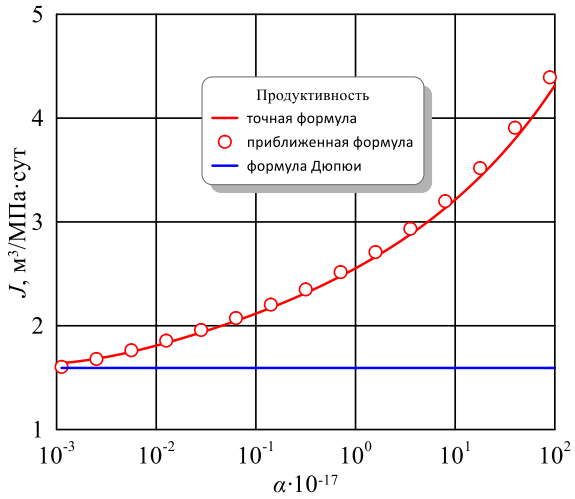


Рис. 2. Зависимость продуктивности скважины от параметра перетока в пласте с двойной проницаемостью в случае “залеченных” трещин в призабойной зоне.

(увеличения густоты трещин). Наоборот, с уменьшением параметра перетока продуктивность скважины по точной и приближенной формулам стремится к значению продуктивности, вычисленной по формуле Дюпюи для однородного пласта с проницаемостью k_2.

Таким образом, показано, что в случае “залеченных” трещин в призабойной зоне продуктивность скважины в пласте с двойной проницаемостью зависит от параметра перетока.

Список литературы

[1] Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации в трещиноватых средах // ПММ. 1960. Т. 24. № 5. С. 58–73.

[2] DaPrat G. Well test analysis for fractured reservoir evaluation. Elsevier: Developments in Petroleum Science. 1990. Vol. 27. 210 p.

[3] Kuchuk F., Biryukov D. Pressure-transient tests and flow regimes in fractured reservoirs // SPE Reservoir Evaluation & Engineering. 2015. Vol. 18. № 2. С. 187-204.

[4] Назарова Л.А., Голиков Н.А., Скулкин А.А., Назаров Л.А. Экспериментальное определение фильтрационных свойств трещиновато-пористых геоматериалов в рамках модели среды с двойной проницаемостью // ФТПРПИ. 2023. № 4. С. 11–23.

[5] Гусейн-заде М.А. Особенности движения жидкости в неоднородном пласте. М.: Недра, 1965.

[6] Морозов П.Е. Моделирование совместной и одновременно-раздельной разработки слоисто-неоднородных пластов // Материалы Международной научно-практической конференции «Моделирование геологического строения и процессов разработки – основа успешного освоения нефтяных и нефтегазовых месторождений». – Казань: Изд-во «Слово», 2018. С. 273–277.

Сравнение моделей турбулентности SA и SST при двумерном течении над плоской пластиной в COMSOL MULTIPHYSICS

[1]Назаров Ф.Х., [2]Закиров А.Х.

[1]Институт механики и сейсмостойкости сооружений АН РУз, г. Ташкент, Узбекистан
[2]Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Узбекистан

Введение. Точное моделирование турбулентных течений остаётся одной из приоритетных задач в таких областях, как аэродинамика, гидродинамика и тепломассообмен. Особый интерес вызывает течение над плоской пластиной с нулевым градиентом давления, где происходит переход от ламинарного режима к турбулентному. В таких задачах важно подобрать модель турбулентности, обеспечивающую баланс между точностью и вычислительной эффективностью. Среди наиболее применяемых моделей — Spalart–Allmaras (SA) и Shear Stress Transport (SST). SA-модель проста, требует меньше вычислительных ресурсов и обеспечивает быструю сходимость, но менее точна в зонах отрыва потока. SST-модель, объединяющая преимущества k-ω и k-ε, более универсальна и надёжна при сложных режимах, особенно вблизи стенок и при резких градиентах. В рамках исследования в среде COMSOL Multiphysics проведено численное моделирование течения над плоской пластиной с использованием обеих моделей. Сравнительный анализ позволил оценить точность и особенности применения каждой из них при одинаковых граничных условиях. Результаты подтвердили данные научной литературы: SA-модель эффективна при малых числах Рейнольдса и простых геометриях, тогда как SST лучше справляется с более сложными течениями. Таким образом, выбор модели зависит от задач и условий моделирования, а COMSOL Multiphysics предоставляет необходимые инструменты для гибкой настройки и анализа турбулентных течений [1-4].

Цель и задачи исследования. Целью исследования является сравнение моделей турбулентности Spalart–Allmaras (SA) и Shear Stress Transport (SST) при численном моделировании обтекания плоской пластины с нулевым градиентом давления в COMSOL Multiphysics. Анализ результатов с применением методов эконометрики показал высокую корреляцию с экспериментальными данными, что подтверждает надёжность моделей. Оценка ошибок предсказания позволила выявить факторы, влияющие на точность, и наметить пути улучшения моделей. Интеграция численного моделирования с эконометрическим анализом повышает достоверность CFD-расчётов и способствует развитию методов моделирования турбулентных течений.

Физико-математическая постановка задачи. Для численного исследования поставленной задачи используется система осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса [3, 5-7]

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \dfrac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x_i} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu + \nu_t\right)\left(\dfrac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \dfrac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i}\right)\right], \\ \dfrac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_j} = 0. \end{cases} \tag{1}$$

здесь $\bar{U}_i -$ аксиальная, радиальная и тангенциальная составляющие скорости потока воздуха соответственно; $\bar{p} -$ гидростатическое давление; $\rho -$ плотность газа; $\nu, \nu_t -$ молекулярная и турбулентная вязкости.

Уравнения Навье–Стокса дискретизируются с помощью метода конечных элементов (FEM). Выбор конкретной модели турбулентности зависит от природы потока, доступных аппаратных ресурсов и ее способности охватить полную физику течения жидкости. Для моделирования напряжений Рейнольдса в уравнениях RANS COMSOL MULTIPHYSICS предоставляет различные модели замыкания. Для нахождения коэффициента турбулентной вязкости в формуле (1) мы используем следующие модели турбулентности.

Модель турбулентности SA подробно

описана в [5-7]. Модель турбулентности SA в тензорной форме имеет следующий вид:

$$\frac{\partial\bar{\nu}}{\partial t}+\bar{U}_j\frac{\partial\bar{\nu}}{\partial x_j}=\frac{1}{\sigma}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\left(\nu+\bar{\nu}\right)\frac{\partial\bar{\nu}}{\partial x_j}\right)+c_{b2}\frac{\partial\bar{\nu}}{\partial x_i}\frac{\partial\bar{\nu}}{\partial x_j}\right]+$$

$$+c_{b2}\frac{\partial\bar{\nu}}{\partial x_i}\frac{\partial\bar{\nu}}{\partial x_j}\Bigg]+c_{b2}\left(1-f_{t2}\right)\hat{s}-\left[c_{w1}f_w-\frac{c_{b1}}{k^2}f_{i2}\right]\left(\frac{\bar{\nu}}{d}\right)^2 \quad (2)$$

где турбулентная вязкость рассчитывается как $\nu_t=\bar{\nu}f_{v1}$.

Модель турбулентности SST в тензорной форме имеет следующий вид:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial k}{\partial t}+\bar{U}_j\dfrac{\partial k}{\partial x_j}=\dfrac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu+\sigma_k\nu_t\right)\dfrac{\partial k}{\partial x_j}\right]+P-\beta^* wk,\\ \dfrac{\partial w}{\partial t}+\bar{U}_j\dfrac{\partial w}{\partial x_j}=\dfrac{\gamma}{\nu_t}P-\beta w^2+\dfrac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu+\sigma_w\nu_t\right)\dfrac{\partial w}{\partial x_j}\right]+\end{cases}$$

$$+2\left(1+F_1\right)\frac{\sigma_{w2}}{w}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial w}{\partial x_j}. \quad (3)$$

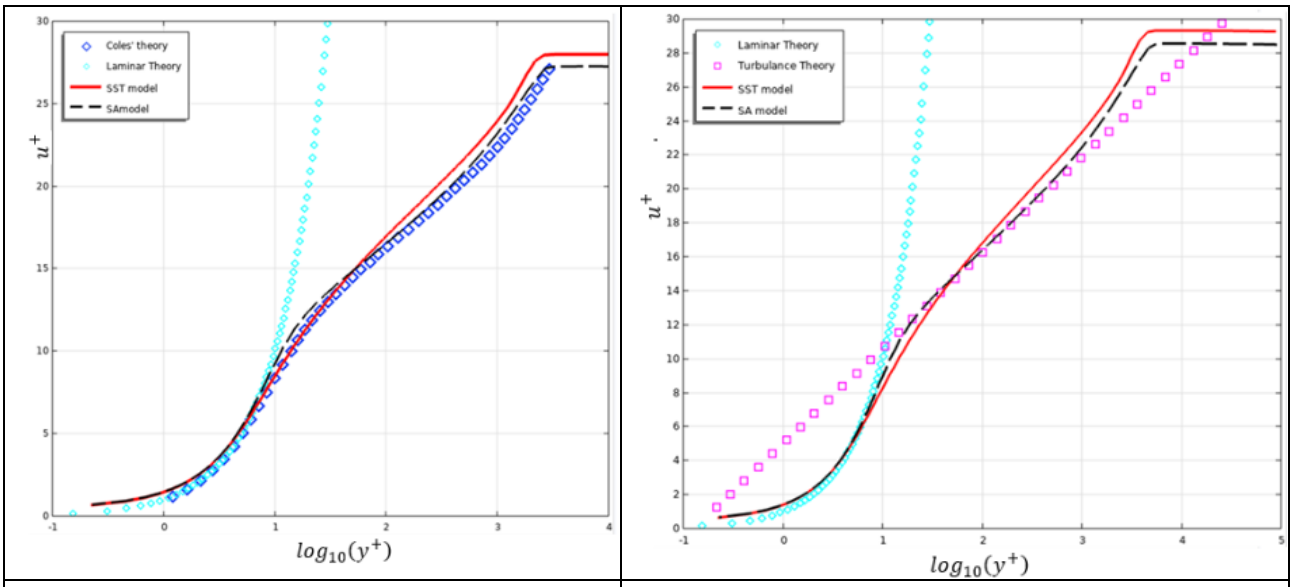
где турбулентная вязкость рассчитывается как $\nu_t=\dfrac{a_1 k}{\max\left(a_1 w,\Omega F_2\right)}$.

Методология исследования. В качестве расчетного инструмента использовался программный пакет COMSOL Multiphysics версии 6.2. Геометрия представляла собой двумерную область с плоской пластиной длиной 1 м и высотой 0,1 м. На входе задавался постоянный профиль скорости (20 м/с), обеспечивающий число Рейнольдса выше 10^5, что соответствует турбулентному режиму. Расчетная сетка была сгущена вблизи стенки для точного описания пограничного слоя. Моделирование проводилось в стационарном режиме для несжимаемого течения воздуха (ρ = 1.225 кг/м³, μ = 1.81×10⁻⁵ Па·с). Численное решение уравнений Навье–Стокса и турбулентности осуществлялось с помощью решателей на основе GMRES и сопряженного градиента.

Результаты и обсуждение. Модель SA продемонстрировала сглаженные профили в переходной зоне от ламинарного к турбулентному течению. В то время как модель SST более точно отразила резкие градиенты скорости вблизи стенки, что соответствует экспериментальным данным. Из рисунка 1 видно, что результаты безразмерного профиля скорости потока, полученные в различных сечениях с использованием SST и SA, перекрываются с результатами теоретических данных турбулентности. Безразмерные скорости и расстояние определялись по формулам

$$u^+=\frac{V_x}{u^*},\quad y^+=\mathrm{Re}\,yu^*,\quad u^*=\sqrt{0.5C_f}.$$

Модель SA обеспечила быструю сходимость и меньшую нагрузку на ресурсы. Модель SST потребовала больше итераций, однако результаты отличались большей точностью. SST-модель более чувствительна к особенностям течения, включая отрыв и перераспределение напряжений. SA-модель проста и эффективна при ограниченных вычислительных ресурсах, но менее точна в сложных зонах.



a) x=0.97 м	b) x=1.97 м

Рис.1 Зависимость профиль безразмерной продольной скорости потока от безразмерного расстояния до пластины

.

Заключение. В работе выполнено численное моделирование обтекания плоской пластины с нулевым градиентом давления с использованием моделей турбулентности SA и SST в COMSOL Multiphysics. Показано, что модель SST обеспечивает более высокую точность, особенно в переходной зоне, тогда как модель SA отличается простотой и высокой скоростью сходимости. COMSOL Multiphysics доказал свою эффективность как инструмент для анализа турбулентных течений. В будущем планируется расширение исследования на более сложные режимы течения.

Список литературы

[1] Spalart, P. R., and Venkatakrishnan, V., “On the Role and Challenges of CFD in the Aerospace Industry,” Aeronautical Journal, Vol. 120, No. 1223, 2016, pp. 209–232. doi:10.1017/aer.2015.10.

[2] Spalart, P. R., Jou, W. H., Strelets, M., and Allmaras, S. R., “Comments on the Feasibility of LES for Wings and on a Hybrid, RANS/LES Approach,” Advances in DNS/LES, Proceedings of 1st AFOSR International Conference on DNS/LES, Vol. 1, Greyden Press, Columbus, 1997, pp. 137–147.

[3] Nazarov F. K., Khasanov S. M., Yakubov A. A. Computational experiment of swirling flows of turbulence models SA and SST //International Journal of Recent Technology and Engineering. – 2019. – Т. 8. – №. 4. – С. 2140-2144.

[4] Menter F. R.“Zonal two-equation k-ω turbulence models for aerodynamic flows”. AIAAPaper 1993-2906.

[5] Маликов З.М., Назаров Ф.Х. Сравнительный анализ моделей турбулентности на основе исследования нагреваемой осевой турбулентной струи //Вестник Московского государственного технического университета. НЕ Бауман. Серия «Естественные науки». – 2022. – нет. 2 (101). – С. 22-35

[6] Malikov Z. M. et al. Numerical Simulation of a Flow in a Two-Dimensional Channel on the Basis of a Two-Liquid Turbulence Model //International Conference on Next Generation Wired/Wireless Networking. – Cham: Springer Nature Switzerland, 2022. – С. 83-92.

[7] Malikov Z. M., Nazarov F. K. Numerical Study of a Two-Phase Flow in a Centrifugal Dust Collector Based on a Two-Fluid Turbulence Model //Mathematical Models and Computer Simulations. – 2021. – Т. 13. – С. 790-797.

Об устойчивости течения термовязкой жидкости в плоском канале с учетом возмущения по температуре

Низамова А.Д.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Теория гидродинамической устойчивости длительный период развивалась в рамках классических представлений о течении вязких жидкостей, которые предполагали постоянство физических коэффициентов, в том числе и динамической вязкости [1]. При этом решение многих задач гидродинамики требует учёта теплообменных процессов, взаимодействия параметров, определяющих динамику потока, с температурным полем. Это взаимодействие осуществляется, прежде всего, через зависимость физических коэффициентов от температуры. Особенно остро проблема математического моделирования и прогнозирования результатов такого взаимодействия возникает при изучении переходных процессов, описываемых теорией гидродинамической устойчивости. Отсюда следует необходимость расширения модельных представлений при постановке соответствующих задач и создания теоретической базы для дальнейших исследований.

Практическая целесообразность исследований в указанном направлении обусловлена целым рядом технологических процессов, связанных, в частности, с течением хладагентов в промышленных холодильных системах или использованием жидкометаллических теплоносителей в теплообменниках судовых установок [2].

Первыми публикациями по устойчивости течения жидкостей с вязкостью, зависящей от температуры, являются работы Поттера и Грабера [3] и Уолла и Уилсона [4], в которых была впервые сформулирована задача об устойчивости жидкости при наличии теплообмена и обнаружено уменьшение критического числа Рейнольдса.

В работе [5] рассматривается линейный анализ устойчивости течения жидкости с учетом зависимости вязкости от температуры в плоском канале под действием давления. Стенки канала поддерживаются при различных постоянных температурах, а при моделировании температурной зависимости вязкости жидкости применяется закон Наме. Выводится система уравнений, состоящая из модифицированного уравнения Орра-Зоммерфельда и линеаризованного энергетического уравнения, которое решается с использованием метода спектральной коллокации. Результаты указывают, что влияние нагрева является дестабилизирующим. Также показано, что критическое число Рейнольдса уменьшается на один порядок с увеличением числа Наме.

В настоящей работе рассматривается течение несжимаемой жидкости в плоском канале с нагреваемой верхней стенкой с экспоненциальной зависимостью вязкости жидкости от температуры. Математическая модель процесса состоит из уравнений Навье-Стокса, неразрывности и сохранения энергии, которая при рассмотрении возмущений в виде бегущей волны и при выполнении линеаризации алгебраическими преобразованиями приводится к безразмерному виду, и, сводится к системе уравнений, содержащих обобщенное уравнение Орра-Зоммерфельда и уравнение относительно возмущения температуры. Для решения используется спектральный метод разложения по полиномам Чебышева первого рода.

В результате проведенных исследований построены спектральные характеристики течения жидкости в плоском канале с учетом возмущения по температуре для жидкостей с различными теплофизическими свойствами. Проведено сравнение результатов с ранее полученными автором работами [6]. Построены зависимости критических параметров течения жидкости.

Работа выполнена при поддержке средствами госбюджета по госзаданию 124030400064-2 (FMRS-2024-0001).

Список литературы

[1] Drazin P.G. Introduction to Hydrodynamic Stability. Cambridge Univ. Press. Cambridge. 2002.

[2] Боришанский В.М., Кутателадзе С.С., Новиков И.И., Федынский О.С. Жидкометаллические теплоносители. М.: Атомиздат. 1976. 328 с.

[3] Potter M.C. and Graber E. Stability of plane Poiseuille flow with heat transfer // Phys. Fluids. 1972. 15. Pp. 387-391.

[4] Wall D.P., Wilson S.K. The linear stability of channel flow of fluid with temperature-dependent viscosity // J. Fluid Mech. 1996. 323. Pp. 107-132.

[5] Sahu K.C., Matar O.K. Stability of Plane Channel Flow with Viscous Heating // Journal of Fluids Engineering. 2010. Vol. 132. 011202-1

[6] Nizamova A.D., Murtazina R.D., Kireev V.N., Urmancheev S.F. Features of Laminar-Turbulent Transition for the Coolant Flow in a Plane Heat-Exchanger Channel // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021. Vol. 42. Issue 9. Pp. 2211-2215. DOI: 10.1134/S1995080221090249

Численное исследование течения жидкости в микроканале с внутренними препятствиями

Низамова А.Д.

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

В современных теплообменных приложениях микромасштабные охлаждающие устройства, такие как микроканальные теплообменники, играют все более значимую роль. Эти устройства обеспечивают высокую эффективность теплопередачи в условиях ограниченного объема. Они используются для теплоотведения и поддержания стабильной температуры в микроэлектромеханических системах, интегральных схемах, лазерных массивах, высокоэнергетических отражателях и других микроустройствах, подвергающихся кратковременным высоким тепловым нагрузкам [1].

В работе [2] представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований, направленных на усиление тепло- и массообмена на макро-, микро- и наноуровнях в одно- и двухфазных средах, а также на изучение колебаний поверхности раздела фаз и сепарации гетерогенных систем. Исследование гидравлического сопротивления и критической тепловой нагрузки при кипении фреона в мини- и микроканалах проведено в работе [3].

В данной работе рассматривается течение жидкости в микроканале под действием перепада давления, с учетом зависимости вязкости жидкости от температуры. Стенки и квадратные области внутри канала поддерживаются при постоянной температуре 90°C. Размер стороны квадратных областей – препятствий варьируется от 50 до 100 мкм. В качестве рабочей жидкости используется вода с известными теплофизическими свойствами.

Математическая модель процесса включает уравнения Навье-Стокса, неразрывности и сохранения энергии. Для численного решения плоской задачи ранее использован программный код, основанный на методах контрольного объема и SIMPLE, адаптированный для случая плоского микроканала с квадратными структурами единого размера. Исследование показало влияние количества квадратных структур на гидравлическое сопротивление и теплообмен в плоском микроканале.

В данной работе для моделирования применялась универсальная программная система Ansys, основанная на методе конечных элементов, с тестированием в изотермических условиях и с учетом теплообмена на стенках канала.

Исследование сосредоточено на анализе течения жидкости в микроканале с препятствиями, учитывая теплообмен. Построены графики зависимости максимальной температуры от пустотности микроканала и перепада давления. Изучены распределения скоростей и температурные поля.

Результаты показали, что трехмерное моделирование и учет реальных характеристик рабочей жидкости и материала микроканала позволяют определить оптимальные условия для теплообмена. Выявленные особенности влияния конфигурации столбиков могут быть полезны при разработке микротеплообменников.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-19-00697, https://rscf.ru/project/24-19-00697/.

Список литературы

[1] Фадеев С.И., Косцов Э.Г., Пиманов Д.О. Численное исследование математических моделей микроэлектромеханических резонаторов разного типа // Сиб. журн. индустр. математики. 2014. Т. 14, № 4. С. 120–135.

[2] Дзюбенко Б.В., Кузма-Кичта Ю.А., Леонтьев А.И., Федик И.И., Холпанов Л.П. Интенсификация тепло- и массообмена на макро-, микро- и наномасштабах // ФГУП «ЦНИИАТОМИНФОРМ». 2008.

[3] Bowers M., Mudawar I. High flux boiling in low flow rate, low pressure drop mini-channel and micro-channel heat sinks. Int.J.Heat Mass Transfer. 1994. Vol. 37. N2. Pp. 321-332.

Исследование многофазных течений в генераторе импульсных струй в режиме кавитационных автоколебаний

Очеретяный С.А., Прокофьев В.В., Топейцев Г.В., Филатов Е.В.

Институт механики МГУ, Москва

Исследования струйных течений жидкости в присутствии вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации, проведённые в Институте механики МГУ, показали, что при определённых условиях в гидравлической системе возникают кавитационные автоколебания с высокой интенсивностью пульсаций давления, которые можно использовать для создания генератора импульсных струй.

Исследования способов разрушения материалов струями, проводимые различными научными коллективами [1], показали, что их эффективность сильно зависит от характера прилагаемых нагрузок: статические или динамические (пульсирующие), которые создаются струей жидкости, воздействующей на разрушаемый объект. В струйных установках, использующих пульсирующие технологии, происходит заметный рост производительности и вместе с тем снижение удельной энергоемкости разрушения материалов и снижение потребления воды, что обеспечивает допустимую влажность добываемого полезного ископаемого. Для успешного применения гидроимпульсного способа разрушения, обеспечивающего создание повторно-переменных нагрузок, необходимы эффективные и удобные в эксплуатации устройства, формирующие импульсные струи требуемых параметров. Как правило, в таких установках для организации пульсирующих режимов работы используются механические устройства.

Однако известны способы создания импульсных струй без использования механических устройств – прежде всего это генераторы импульсных струй, использующие кавитационные автоколебания при возникновении естественной (паровой) кавитации в трубке Вентури [2]. Работа таких генераторов предполагает значительный перепад давления на входе и выходе трубки Вентури и начинается при достаточно больших давлениях напора, достаточных для развития паровой кавитации в канале трубки Вентури.

Для изучаемой здесь схемы генератора присутствие вентилируемой каверны за кавитатором принципиально меняет характер течения, принципиальным является и наличие в схеме второго сопротивления или выходного сопла (в генераторе с трубкой Вентури наличие выходного сопла необязательно). Исследования автоколебательных режимов течения на плоской модели генератора показали хорошие результаты [3]. Даже при давлениях напора менее 0.1 МПа на экране-мишени фиксировались периодические импульсы давления на порядок превосходящие давление напора струи.

Исследования были продолжены на осесимметричной модели генератора, причем для простоты была изменена топология течения – в плоской модели реализовывалось течение с центральным расположением каверны в осесимметричной с центральным расположением струи - жидкость истекала через центральное отверстие во входной диафрагме, газ поддувался за диафрагму и двухфазная среда истекала наружу через сужающееся коническое сопло. На рис. 1 показана схема такого эксперимента при стационарном режиме течения. Из напорной трубы 1 жидкость через отверстие в шайбе (кавитаторе) 2 попадает в камеру 3, в которую осуществляется, поддув воздуха. Из камеры 3 имеется плавный переход в цилиндрическую часть выходного сопла 4, которая заканчивается коническим сужением 5. Струя вытекает в бак (на схеме не показан) где установлен экран

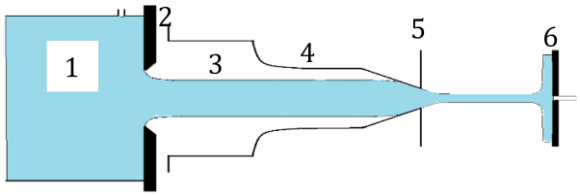


Рис. 1. Схема генератора

(диск) 6, в центральной точке которого имеется отверстие для замера давления. В процессе эксперимента проводится запись осциллограмм давления в подводящей магистрали (перед шайбой-кавитатором 2) p_0, за кавитатором, $p_к$ и в центральной точке экрана 6 - p_m. Жидкость (вода) подавалась в установку из успокоительного бака с воздушной подушкой общим объёмом 50 л по стальному трубопроводу длиной ~ 1.5 м (на схеме не показаны), диаметр шайбы D=10 мм, внутренний диаметр цилиндрической части сопла 4 тоже 10 мм. Остальные параметры изменялись в процессе экспериментов.

Показано, что наибольшая эффективность генератора достигается при диаметре выходного сопла несколько меньшем диаметра истекающей из диафрагмы стационарной струи. Однако обнаружено, что изменение топологии течения существенно меняют характеристики генератора. Специально проведенное сравнительное экспериментальное исследование плоских течений с центральной каверной и с центральной струей показало, что автоколебания в зависимости от поддува развиваются в случае центральной струи гораздо медленнее, а средняя интенсивность ударных импульсов давления падает примерно в 2.5 раза по сравнению с центральной каверной.

На рис. 2 а, б представлены результаты измерений среднего относительного размаха пульсаций давления в каверне A_k (а) и амплитуды ударных импульсов A_m (б) на мишени от коэффициента поддува газа C_q (отношение объемного расхода газа к расходу жидкости, P_0 – давление напора жидкости) при диаметре выходного сечения сопла 6 мм, P_0= 0.15 МПа, расстояние до диска-мишени L_m, изменялось от 25 до 250 мм. Видно, что развитие низкочастотного автоколебательного режима происходит при C_q>10. С увеличением поддува интенсивность автоколебаний растет, а при C_q большем 20 наблюдается периодический выброс газа в область перед кавитатором (шайбой). В этой области поддувов достигается максимум ударного воздействия струй на мишень. Показано, что в режиме развитых автоколебаний при изменении расстояния до мишени интенсивность импульсного воздействия уменьшатся приблизительно пропорционально корню квадратному из расстояния.

В осесимметричном генераторе при сравнительно небольших поддувах газа обнаружена узкая область существования высокочастотных автоколебаний с незначительной интенсивностью колебаний давления в каверне, но значительными, аномальным импульсными воздействиями на экран – препятствие. Предположение, что такие автоколебания могут быть связаны с Релей-Тейлоровской неустойчивостью границы струи в области ее взаимодействия со стенками сужающегося сопла, подкреплено анализом полученного точного решения плоской задачи о взаимодействии конечной струи с наклонной пластиной при различных давлениях на поверхностях падающей и истекающей струй. Задача решена точно методами ТФКП с помощью квазидвоякопериодических тэта функций.

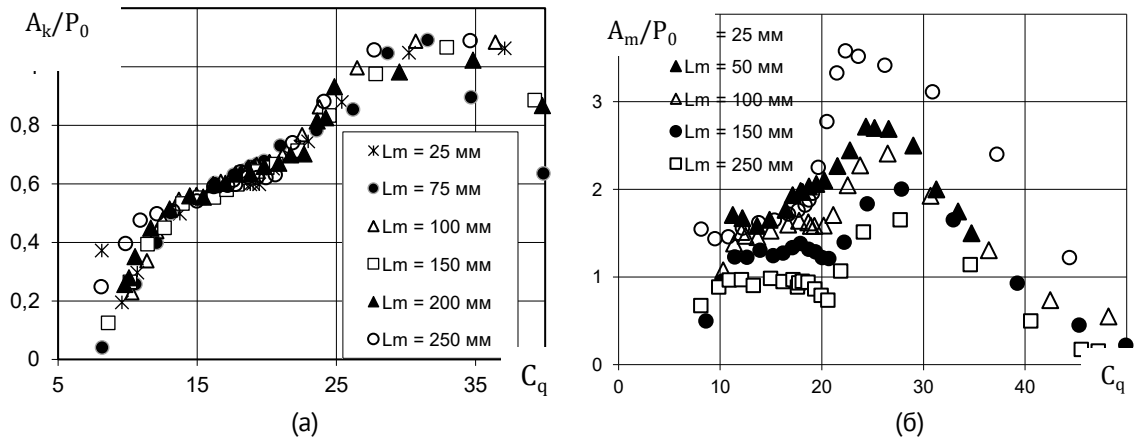


Рис. 2. Зависимость интенсивности пульсаций давления в каверне (а) и амплитуды ударных импульсов на мишени (б) от коэффициента поддува газа C_q.

На рис. 3 представлена картина течения при взаимодействии струи (моделирует истекающую из диафрагмы струю) с наклонной пластиной (наклон 45^0, моделирует стенку сужающегося сопла). Зазор между кромкой сопла и горизонтальной осью симметрии равен 0.4 от ширины падающей струи. Давление слева от пластины (в каверне) больше, чем давление во внешнем пространстве. Предельное течение с касанием струи и наклонной стенки в точке B реализуются при C_d=0.978 – кривая 1 (красный цвет) (C_d – коэффициент давления в каверне). Кривизна границы каверны такова, что она неустойчива в смысле Релея-Тейлора. Истекающая наружу струя также показана красным цветом. Видно, что ничтожное изменение параметра C_d приводит к значительному уменьшению области неустойчивости (кривая 2, C_d=0.904), а затем к исчезновению такой области (кривая 3, C_d=0. 891). Это свидетельствует об узости области существования таких режимов, что и подтверждается экспериментом. При C_d большем критической величины в стационарной постановке решение не существует, струя уже не взаимодействует с наклонной стенкой, реально же процесс перемешивания продолжается и даже интенсифицируется. Кроме того, в этом режиме начинаются колебания всей струи, при ее периодическом взаимодействии со стенкой. Так что предельное решение можно использовать как для диагностики возникновения высокочастотных режимов автоколебаний, так и для оценки параметров перехода к низкочастотному режиму. Получена связь между числом кавитации предельного течения и параметрами генератора импульсных струй.

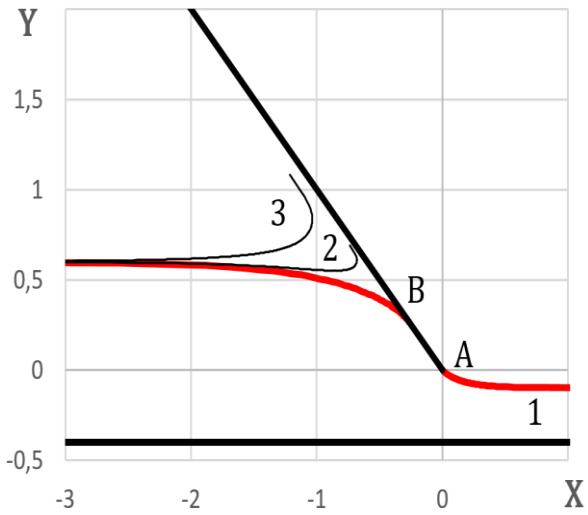


Рис. 3. Взаимодействие струи с наклонной пластиной при повышенном давлении в каверне

Список литературы

[1] Савченко Н.В., Яхно О.М. Гидродинамические способы создания пульсирующих струй для гидроразрушения твердых материалов. Вестник Сумского государственного университета. Серия: Технические науки. 2003. № 12(58). С. 92-98.

[2] Пилипенко В.В. Кавитационные автоколебания. Киев: Наукова думка, 1989. С. 318.

[3] Очеретяный С.А., Прокофьев В.В. Влияние сужения сопла на работу генератора периодических импульсных струй. Изв. РАН МЖГ. 2022. №2. С. 14-26.

Гидродинамическое движение речного потока через переливную запруду протоки Пемзенская реки Амур

[1]Потапов И.И., [2]Силакова Ю.Г.

[1, 2]Вычислительный центр ДВО РАН, Хабаровск

В данной работе на основе численного исследования показан процесс движения гидродинамического потока через переливную запруду протоки Пемзенская реки Амур за период с 2018 по 2024 гг.

Для описания гидродинамического движения речного потока используются уравнения механики сплошных сред в рамках модели мелкой воды, включающие в себя:

- двумерные плановые уравнения движения [1]

$$\frac{\partial q_i}{\partial \mathrm{t}} + \frac{\partial (q_i u_j)}{\partial \mathrm{x}_j} + gH\frac{\partial(\mathrm{H}+\zeta)}{\partial \mathrm{x}_i} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}_j}\left(H\nu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial \mathrm{x}_j} + \frac{\partial u_j}{\partial \mathrm{x}_i}\right)\right) + H\frac{\tau_i}{\rho_w}, \quad i,j = 1,2 \qquad (1)$$

- уравнение неразрывности

$$\frac{\partial H}{\partial \mathrm{t}} + \frac{\partial q_i}{\partial \mathrm{x}_i} = 0, \qquad (2)$$

где t - время; H - глубина гидродинамического потока; g - ускорение свободного падения; ρ_w - плотность воды; $q_i = Hu_i$ - расход речного потока по осям $i = 1,2$; u_i - компоненты вектора осредненной скорости по глубине потока; ζ - отметка донной поверхности русла реки; ν_i - турбулентная вязкость.

Уравнения (1)-(2) замыкаются начальными и граничными условиями:

$$q_i(\vec{x},0) = q_i^0 \qquad t = 0,\ \vec{x} \in \Omega \qquad (3)$$

$$q_i(\vec{x},t) = Q_i(\vec{x},t) \qquad (\vec{x},t) = \Gamma_{in}, \qquad (4)$$

$$H(\vec{x},t) = H_{out}(\vec{x},t), \qquad (\vec{x},t) = \Gamma_{out}. \qquad (5)$$

Здесь q_i^0 - распределение расхода гидродинамического потока в начальный момент времени в русле реки; $Q(\vec{x},t)$ - расход гидродинамического потока, втекающего в область через границу Γ_{in}; $H_{out}(\vec{x},t)$ - глубина в створе границы вытекания Γ_{out} потока из области Ω.

Касательные напряжения τ_i на донной поверхности, возникающие под действием гидродинамического потока, определяются по формуле

$$\tau_i = \frac{\rho_w g u_i |u_k|}{C_s^2}, \qquad (7)$$

$$\frac{1}{C_s^2} = \frac{1}{C_{ss}^2} + \frac{1}{C_{sd}^2}, \qquad (8)$$

где $|\vec{u}_i| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$ - модуль скорости речного потока, C_s - коэффициент Шези, определенный через коэффициент Шези C_{ss}, характеризующий зернистую шероховатость дна и коэффициент Шези C_{sd}, характеризующий сопротивление от макрошероховатости речного дна (рифелей, гряд). Коэффициент Шези C_{sd} определяется по формуле Гришанина [2]

$$C_{sd} = \sqrt{g}exp\left(1.128 + 0.391\sqrt{Fr}\right) \qquad (9)$$

здесь $Fr = \frac{|u_i|}{\sqrt{gd_{50}}}$ - число Фруда для придонных частиц, d_{50} - средний диаметр частиц. Коэффициент Шези C_{ss} определяется по формуле Маннинга [1]

$$C_{ss} = \frac{H^{\frac{1}{6}}}{n}, \qquad (10)$$

здесь n - шероховатость донной поверхности по А. Штриклеру [1]

$$n = \frac{3}{20}\frac{d_{50}^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{g}}. \qquad (11)$$

Для определения осредненной по глубине потока приведенной вязкости $\nu_w = \nu_0 + \nu_t$, использована алгебраическая турбулентная модель [3], учитывающая генерацию турбулентной вязкости потока от донной поверхности и в плане течения:

$$\nu_w = \nu_0 + \nu_a u_* H, \qquad (12)$$

$$u_* = \frac{gn^2}{H^{\frac{1}{3}}}|u_i|, \qquad (13)$$

где ν_0 - кинематическая вязкость воды, u_* - динамическая скорость, $\nu_a \sim 0.5(0.2 \div 1.0)$, $\nu_b \sim 0.1$.

Для решения сформулированной задачи в постановке (1)-(13) использовался метод конечных элементов в формулировке Петрова-Галеркина, получен дискретный аналог уравнений математической модели, предложен алгоритм решения задачи. С использованием инструментов авторской информационной системы «Амур» [2], выполнено численное исследование движения гидродинамического потока в окрестности переливной запруды протоки Пемзенская.

Задача (1)-(13) решалась при следующих геометрических, гидродинамических и физико-

механических параметрах: $W = 543$ м , $L = 1600$ м , $J = 0.00005$ м, $\rho_w = 1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $d_{50} = 0.00031$ м, $g = 9.8\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. В качестве исходных параметров для расчета на входе Γ_{in} в расчетную область определялся интегральный расход потока Q_i^0, на выходе Γ_{out} из расчетной области - уровень свободной поверхности потока H_g. Решение задачи сопровождалось калибровкой ее параметров под местные характеристики гидродинамического процесса на основе имеющихся натурных данных.

Результаты одного из вариантов расчета при средних расходах воды протоки Пемзенская представлены на рис. 1, на котором определено векторное поле средних скоростей гидродинамического потока в окрестности переливной запруды для 2024 года.

Список литературы

[1] Гришанин К.В. Динамика русловых потоков. Л.: Гидрометеоиздат, 1979. С. 312.

[2] Потапов И.И. Исходный код информационной системы «Амур». https://github.com/PotapovII/Amur

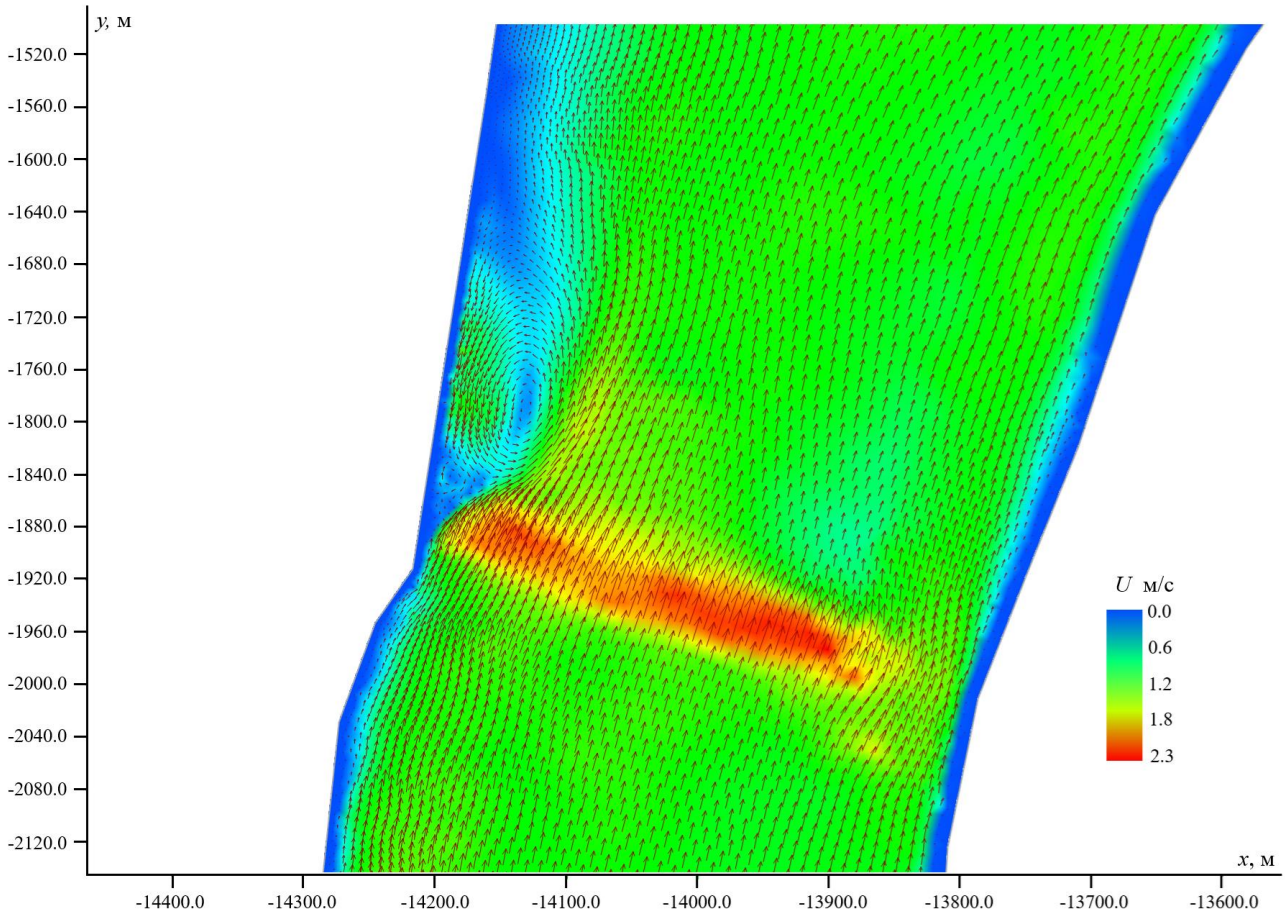


Рис. 1. Векторное поле средних скоростей потока

Значение распределенного момента в механике сплошной среды

Прозорова Э.В.

С.-Петербургский государственный университет, С. Петербург

Рассматриваются наиболее общие открытые нестационарные системы, являющиеся объектами исследования в механике сплошной среды и в кинетике. Математическое моделирование таких объектов вызывает сложности, так как их описание представляется системой нелинейных нестационарных уравнений. В предыдущих работах показано, что классические модели не включают один из важнейших законов – закон сохранения момента количества движения, если момент не выступает как заданное силовое воздействие. Выполненный математический анализ уравнений механики сплошной среды с исходным несимметричным тензором напряжений, показал, что в плоском случае для четырех неизвестных в классической формулировке мы имеем три уравнения: два уравнения из условия равновесия напряжений и одно уравнение – условие равновесия момента. Таким образом, мы нуждаемся в замыкании задачи с помощью дополнительного условия. В классическом варианте таким условием является условие симметрии тензора напряжений.

Из определения давления, как из классического уравнения Больцмана, так и модифицированного, не следует, что гидростатическое давление есть одна треть от суммы давлений на координатных площадках. Используя закон Паскаля для равновесия, выбирают давление равным одной трети давлений на координатных площадках. Однако теория остается прежней при определении разного давления на каждой из площадок, т.е. p_x, p_y, p_z . Использование одного давления возможно при равновесных условиях (закон Паскаля), но для неравновесных условий факт не очевиден. Пренебрежение вне интегральным слагаемым при взятии интегралов по частям (теоремы Остроградского-Гаусса) возможно только для медленных ламинарных течений. О разнице давлений говорит анализ определения давлений при сравнении результатов по его определению через потенциальные скорости подстановкой в уравнения Эйлера. Выписывая отдельно закон равновесия для сил и отдельно для моментов сил без учета их взаимного влияния, хотя момент создает дополнительную силу, мы приходим к выводу о симметрии тензора напряжений. В случае, если мы рассматриваем равные давления по разным направлениям, мы теряем момент силы, а градиент момента есть сила.

Уравнение Больцмана получают с использованием уравнения Лиувилля, которое в свою очередь строится на формализме Гамильтона. Рассматриваются закрытые системы. При выводе всегда учитывается только взаимодействие индивидуальных частиц, поэтому предполагается симметрия потенциалов сил. Рассматриваемый в теории потенциал отвечает зависимости $\Phi\left(r_i - r_j\right)$, r_i, r_j – радиусы молекул. Гамильтонов формализм можно использовать для обобщенных сил (канонические переменные). Физические переменные, как правило, к ним не относятся. Реальные силы имеют более сложные составляющие. Примером других сил является, например, потенциал Леннарда-Джонса. Его часто используют при вычислении интеграла столкновений. В таком случае можно говорить о несовпадении уравнений Больцмана, полученных из классического уравнения Лиувилля и широко используемого. Рассмотрение стохастических уравнений, базирующееся на сумме двух интегралов и понятии физически бесконечно малом масштабе, приводит к эффекту дополнительной диффузии. Ранее доказан векторный характер давления исследованием уравнений для потенциального течения и через функцию распределения. Полная постановка задачи связана не только с уравнениями но и с граничными условиями. Классическая постановка задач учитывает только обмены по нормали к элементарному объему. Касательные составляющие не учитываются. Для разреженного газа при неполной информации о взаимодействии газа и поверхности ставят фиктивные граничные

условия (условия скольжения), соответствующие границе слоя Кнудсена. Граничные условия для скорости и температуры (при постоянной плотности) служат граничными условиями для уравнений Навье-Стокса.

В математической теории пластичности, упрочнения, разрушения за исходные данные принимаются экспериментальные данные. Более развита теория упругости, но и в диапазоне малых напряжений не удается объяснить некоторые эффекты. Физический механизм в таких теориях не исследуется. При пластическом деформировании наблюдается возникновение анизотропии, то есть приобретение различных механических свойств в разных направлениях. Идеально кристаллических решеток нет. Формирование дислокаций вблизи поверхности и в глубине материала происходит по-разному. Судя по всему, вблизи поверхности работают силы, обеспечивающие при нагрузках выход дефекта на поверхность и формирование коротких дислокаций. По экспериментальным данным длина коротких дислокаций $2 \div 5a$, a - радиус атома. Роль момента незначительна, если не рассматриваются процессы аккомодации. Экспериментально определяемые критические напряжения сдвига для чистых металлов на несколько порядков ниже теоретически определенных. Учет дефектов структур приводит к более близким теоретическим результатам. Также важна роль взаимодействия фононов различных направлений с атомами решетки. На поверхности фононов больше чем в металле и они могут взаимодействовать. Поверхностный атом в результате «танцует» вблизи центра по неправильному кругу. Модель попарного взаимодействия предсказывает смещение верхнего слоя наружу. По оценке типичное смещение положительно и приблизительно равно +0.0014966A. С другой стороны, при ударе атома поверхности внешней частицей атом смещается вниз. Далее он может вернуться в исходное состояние или даже выскочить. Все будет определяться временем релаксации, которое зависит от ранее перечисленных факторов, а также от количества молекул налетающего газа. Для плотного газа установления не происходит и слой смещается вниз. Аналогичный эффект будет наблюдаться в случае сложных молекул газа. В вакууме момент будет создаваться силами, отличающимися вдоль и поперек слоя, его величина $\frac{\sigma}{a}$, где σ- действующее напряжение. Поскольку в собственные частоты фононов входят размеры, отличие размеров вдоль и поперек будет сказываться на формирование фононов и их взаимодействие. Время релаксации для молекулы кислорода и алюминия при температуре 300 градусов порядка 10^{-13c}с. Можно предложить следующую схему расчета равновесного процесса адсорбции на поверхности. Распределение Максвелла: на внешней границе тонкого слоя (порядка нескольких радиусов взаимодействия молекул)

$$f(t,x,\boldsymbol{\xi}) = (\frac{m}{2kT})^{\frac{1}{2}} exp\,(-\frac{m}{2\,kT}\,(\xi - u)^2)$$

В этой формуле u – тепловая направленная скорость движения молекул, **ξ** – собственная скорость движения молекул. Условие равновесия сил (ось z направлена вверх, x-вдоль, y –вбок)

$U\,(z = 0, \xi_x, \xi_y) + F_z\Delta = m\frac{\xi^2}{2} -$ отсюда определяется условие нулевой скорости молекулы, $z = 0$ означает точку, в которой силы отталкивания останавливают молекулу.

Поток молекул на поверхность

$$\overline{N} = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{L}{2}} \xi_z\; f dx$$

Количество случаев выполнения услов $\overline{N} = \frac{1}{2}\int_{\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}+\delta} \sqrt{2\,(U + F\Delta)}\; f dx$, рассматриваются проекции на соответствующие оси. Адсорбция соответствует $z = 0, \xi_x$, ξ_y . U отвечает соответствующим проекциям.

Без адсорбции количество вылетающих молекул

$$\overline{N}_1 = \frac{1}{2}\int_{\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}+\delta} \sqrt{2\,(U - F\Delta)}\; f dx\,,$$

Для Al(110) осцилляция, которая может возникнуть после останова движения первого слоя, связана с кристаллорафической ориентацией поверхности и расстоянием отодвинутого первого слоя от последующих и увеличением действия сил отталкивания, увлекающих последующий слой. Здесь работают электронные оболочки атомов. Очень важной характеристикой явилось бы сравнение результатов экспериментов при растяжении образца сверху и снизу и только сверху с закрепленной нижней границей. При действии напряжения увеличивается роль дислокаций внутри образца. В литературе нет данных о напряжениях за трещиной и перед трещиной. Дислокации при сжатии не возникают, но при несимметричном нагружении с растяжением по одному направлению поведение трещины будет

различным с разных сторон. Вблизи «носика» трещины возникнет момент и дополнительная сила, изменяющая направление движения трещины. Экспериментальные данные в центре стержня, соответствующие одномерному напряжению, не позволяют определить коллективные (многомерные) эффекты. Кроме того, не всегда рассматривается изменение напряжения из-за потери площади сечения после формирования трещин. В случае различной температуры молекул, которые ударяются непосредственно о молекулы поверхности с другой температурой и зеркально отражаются, должны иметь температуру, отличающуюся от температуры падающих молекул пропорционально времени останова подлетающих $\frac{(\xi-u)_{\mathrm{T}}}{(\xi-u)_{\mathrm{T}_s}}$.

Пример 1: Чистый изгиб. Для пластины, согнутой в две пары моментом M, приложенным к концевым сечениям (рис. 1).

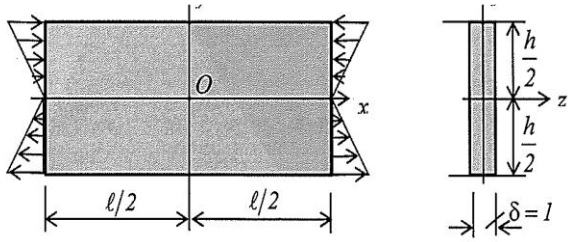


Рис.1. Постановка задачи.

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z}=0,\quad \frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial x}=0,$$

$$x\left(\frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z}\right)-z\left(\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z}\right)+\sigma_{zx}-\sigma_{xz}=0.$$

Решение для симметричного тензора $\sigma_x=Cz,\ \ \sigma_{xz}=0\,,\ \sigma_z=0\ ,\ \ \sigma_{zx}\ =\ 0.$ Для несимметричного тензора.

$$-z\frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z}\ -\ \sigma_{xz}\ =0$$

$$\sigma_{xz}\ =\mathrm{C}.$$

Более интересные примеры по пограничному слою, теории упругости, кинетике можно найти в предыдущих работах [2,3].

Список литературы

[1] Ильюшин А.А Несимметрия тензоров деформаций и напряжений в механике сплошной среды. Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 1, Математика, Механика, -1996.- N/5, С. 6-14.

[2] Prozorova Evelina The Law of Conservation of Momentum and the Contribution of No Potential Forces to the Equations for Continuum Mechanics and Kinetics // Journal of Applied Mathematics and Physics. 2022. 10, https://www.scirp.org/journal/jamp ISSN Online: 2327-4379 ISSN Print: 2327-4356.

[3] Prozorova Evelina. Influence of The Conservation Angular Momentum Law and the mathematical models for Continuum Mechanics and Kinetics. SCIREA Journal of Physics. Volume 9, Issue6, December. 2024

Математическое моделирование ползучести алюминиевого сплава 1570Р (система Al-Mg-Sc) с применением кинетической физико-математической теории ползучести металлов

Пучкова И.В., Грешнов В.М.

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

Разработанная в Уфимском университете науки и технологий физико-математическая теория больших необратимых деформаций металлов содержит теории пластичности, ползучести, длительной прочности и вязкого разрушения металлов [1].

В работе [2] изложена новая технология производства деталей современных авиационных и ракетных двигателей из нового конструкционного алюминиевого сплава 1570Р. Показана перспективность сплава для изготовления ответственных деталей изделий отечественного авиа-ракетостроения.

Важным этапом при проектировании этих изделий является этап прочностных расчетов, в том числе расчетов на ползучесть деталей, работающих при повышенных температурах.

Ползучесть определяется как процесс накопления остаточных деформаций во времени в нагруженных деталях. Известно [3], что существующая феноменологическая теория ползучести не описывает адекватно процесс в условиях нестационарных режимов нагружения, которые реализуются при эксплуатации машин и механизмов.

В работе с целью определения перспективности применения новой кинетической физико-математической теории ползучести металлов излагается результаты, полученные при описании ползучести сплава 1570Р в условиях скачкообразного изменения термомеханических параметров нагружения. Установлено, что новая теория, которая в отличие от классической феноменологической теории учитывает структуру металла и ее эволюцию в процессе ползучести, хорошо описывает процесс в условиях нестационарности режимов нагружения.

Список литературы

[1] Грешнов В.М. Физико-математическая теория больших необратимых деформаций металлов. – М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2018. – 232 с.

[2] Грешнов В.М., Пучкова И.В., Сафин Ф.Ф. Разработка технологии производства деталей повышенной прочности и герметичности из сплава 1570Р для пневмо-гидроаппаратуры перспективных авиационных и ракетных двигателей. // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. - 2022. - №10 – С. 3-9.

[3] Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. - 1966

Разработка и изготовление микрожидкостных устройств для изучения движения эритроцитов в сосудах со стенозом

Рахимов А.А., Валиев А.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

В человеческой сосудистой системе по мере удаления от сердца происходит ветвление и сужение сосудов. Этот процесс сопровождается увеличением суммарного поперечного сечения, что приводит к снижению скорости кровотока при относительно небольшом изменении скорости деформации сдвига. Однако при стенозе (патологическом сужении) картина меняется: в зоне сужения скорость крови возрастает, а деформация сдвига достигает аномально высоких значений, нарушая естественную гемодинамику [1]. Основными причинами стеноза являются атеросклеротические бляшки, врожденные аномалии, воспаления и спазмы. Сужение может развиваться как постепенно (например, при липидных отложениях), так и резко (при спазме). Исследования показывают, что прогрессирующий стеноз увеличивает гидравлическое сопротивление и напряжение сдвига, одновременно снижая скорость кровотока [2]. Высокое напряжение сдвига провоцирует проницаемость сосудистых стенок для прокоагулянтов, повышая риск тромбообразования [3]. Ключевыми факторами, влияющими на кровоток, выступают геометрия стеноза, его длина, глубина и реологические свойства крови [4].

Для изучения гемодинамики при стенозе разработаны микрожидкостные устройства (МЖУ) с сужениями разной степени (1/20, 1/10, 1/5 от сечения основного канала). МЖУ имеют глубину $2h = 50$ мкм, длину около 10 мм (два канала длиной $l = 5$ мм, между которыми сужение), ширину $b = 1$ мм, с сужением длиной $l_0 = 100$ мкм и ширинами $a = 50$, 100 и 200 мкм. Размеры могли немного отличаться из-за погрешности изготовления, для калибровки использовали течение физраствора. Каналы глубиной 50 мкм и шириной 1 мм имитируют артериолы, а их плоская геометрия позволяет визуализировать движение эритроцитов через микроскоп. Расчет расхода крови проводился по модифицированной формуле Пуазейля (1) с учетом неньютоновских свойств (модель Оствальда-де Вааля) [1].

$$Q = 2h^2 b \frac{n}{2n+1}\left(\frac{\Delta p h}{kl}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (1)$$

где h – половина глубины, b – ширина, Δp – перепад давления, k – консистентность, n – показатель неньютоновского поведения (из модели Оствальда-де Вааля)

Отношение перепадов давлений в широкой и узкой частях микроканала, используя (1), можно вычислить по формуле (2).

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_0} = \left(\frac{l_1}{l_0}\right)\left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (2)$$

где соответственно для сужения и широкой части: a и b – ширина; l_0, l_1 – длина

Для ньютоновской жидкости ($n = 1$) из (2) отношение перепада давления в широкой части к узкой для МЖУ с сужением шириной 50 мкм составляет 2.5. Такое значение отношений перепадов давления для цилиндрического сосуда, вычисляемого по формуле (3) при тех же длинах соответствует отношению радиусов r/R=0.47.

$$\frac{\Delta p_1}{\Delta p_0} = \left(\frac{l_1}{l_0}\right)\left(\frac{r}{R}\right)^{3n+1} \quad (3)$$

где соответственно r и R радиусы сужения и широкой части

Для крови с показателем $n = 0.80$ отношение перепадов давления составляет 4.55, расчёт дает значение r/R=0.494, также примерно 1/2, а значит площадь поперечного сечения суженой части составляет 25% от площади широкой части, т.е. перекрытие 75%, что является встречающимся опасным заболеванием. Для сужений шириной 100 и 200 мкм, для крови с показателем n=0.8, отношение перепадов давления, рассчитанных по формуле (2) составляет 7.92 и 13.8 соответственно, а значит

отношение радиусов аналогичных цилиндрических сосудов соответственно будут r/R=0.5816 и 0.6848, а площадь поперечного сечения суженой части составляет 34% от площади широкой части (перекрытие 66%) и 47% (перекрытие 53%), таким образом разработанные сужения охватывают значительную часть заболеваний с перекрытием каналов.

Были рассчитаны расходы для МЖУ с сужением шириной 50 мкм при перепаде давления $\Delta p = 500$ Па. Для ньютоновской жидкости при отсутствии стеноза при расчёте по формуле (1) ($n = 1$, вместо k берется динамическая вязкость μ = 5 мПа·с, при расчёте берется вся длина $2l = 10$ мм) расход составляет 0.104 мкл/с, а со стенозом уже 0.087 мкл/с. Для расчёта канала со стенозом нашли распределение давления на узкой и широкой части из полученного значения отношений перепадов давления и рассчитали значение расхода по формуле (1). Для крови с показателями $n = 0.8$, $k = 0.013$, без стеноза расход по формуле (1) составляет 0.116 мкл/с, а при учёте стеноза, отношение перепадов давления – 4.55, расход составляет 0.102 мкл/с. Исходя из расхода жидкости (Q) и площади поперечного сечения (S) рассчитали значение скорости ($v = Q/S$) и скорости деформации сдвига (v/h). Расчет расходов для крови с показателями $n = 0.8$, $k = 0.013$ при $\Delta p = 500$ Па для сужений 50x100, 100x100 и 200x100 мкм составил соответственно 0.102, 0.107 и 0.111 мкл/с, т.е. с увеличением размера сужения получаем незначительное увеличение расхода. Скорости в широкой части канала составляют: 2.03, 2.15 и 2.22 мм/с, а скорости деформации сдвига: 81, 86 и 89 1/с, скорость деформации сдвига сопоставима со скоростью деформации сдвига при течении в артериолах (100 1/с). Внутри сужений для МЖУ с сужениями 50x100, 100x100 и 200x100 мкм они соответственно в 20, 10 и 5 раз больше: скорости 40.6, 21.5 и 11.1 мм/с, а скорости деформации сдвига 1620, 860 и 445 1/с.

МЖУ изготовлены с использованием метода мягкой фотолитографии. Для изготовления масок фотошаблона разработан векторный рисунок в программе CorelDRAW, по которому они печатались на фотоэмульсионной пленке с помощью принтера с высоким разрешением. На концах канала имеются расширения, в которых, в процессе изготовления, делаются входное и выходное отверстия. Изготовлены маски с различной площадью перекрытия, сужение имело размеры (Oy x Ox): 50x100, 100x100 и 200x100 мкм. Стекло и реплика каналов из полидиметилсилоксана прозрачные, что позволяет использовать микроскопические методы визуализации.

Эксперименты с кровью человека (с антикоагулянтом ЭДТА К3) проводились при постоянном перепаде давления 500 Па, задаваемом гидростатическим столбом. Высокоскоростная съемка (10000 кадр/с) на микроскопе OLYMPUS IX71 позволила зафиксировать динамику эритроцитов. Анализ данных в программе PIVlab_App выявил значительное ускорение потока перед сужением 50 мкм, в то время как при сужении 200 мкм течение оставалось более равномерным.

Стеноз сосудов приводит к аномальному росту скорости деформации сдвига, что повышает риск тромбообразования за счет активации прокоагулянтов. Микрожидкостные устройства эффективно моделируют гемодинамику при разных степенях сужения, позволяя изучать влияние геометрии стеноза на параметры кровотока. Расчеты подтверждают, что даже умеренный стеноз (53% перекрытия) вызывает значительное увеличение напряжения сдвига, что требует ранней диагностики. Полученные результаты могут быть использованы для разработки методов предотвращения тромбозов и оптимизации лечения сосудистых патологий.

Таким образом, комбинация теоретического моделирования и микрожидкостных экспериментов открывает новые возможности для понимания патофизиологии стеноза и создания персонализированных медицинских решений.

Список литературы

[1] Ахметов А.Т., Валиев А.А., Рахимов А.А., Саметов С.П., Хабибуллина Р.Р. Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. 11(2), 2016. С. 210.

[2] Ахметов А.Т., Валиев А.А., Рахимов А.А., Саметов С.П. Доклады академии наук. 483 (2), 2018. С. 145.

[3] Mishra B.K., Verma N. Australian Journal of Basic and Applied Sciences. 4(4), 210. P. 588.

[4] Prakash O., Makinde O.D., Singh S.P., Jain N., Kumar D. International Journal of Biomathematics. 8(1), 2015. P. 1550010.

Колебания круглой пластины при шарнирном закреплении края

Сабитов К.Б.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Рассмотрим дифференциальное уравнение в частных производных четвертого порядка

$$u_{tt} + \alpha^2 \Delta^2 u = 0, \tag{1}$$

которое моделирует свободные поперечные колебания тонкой однородной круглой пластины радиуса $r = a$ и толщины h, где $\alpha^2 = \rho h/D$, $D = \dfrac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – жесткость пластинки при изгибе, ρ – масса на единицу площади пластинки, μ – коэффициент Пуассона, Δu – оператор Лапласа, $u(x, y, t)$ – смещение (изгиб) точки (x, y) в момент времени t.

Отметим, что пластины применяются в различных областях современной техники: строительстве, авиастроении, машиностроении, судостроении, ядерных энергетических установках и т.д. Во многих случаях использование пластин связано с различными граничными условиями по их контуру.

Поскольку пластина – круг, то целесообразно записать дифференциальное уравнение (1) в полярных координатах (r, φ), и оно в этих координатах имеет вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right)^2 u + \frac{1}{\alpha^2} u_{tt} = 0$$

или в развернутой форме

$$\begin{gathered}\mathcal{L}u \equiv u_{rrrr} + \frac{2}{r^2}u_{rr\varphi\varphi} + \frac{1}{r^4}u_{\varphi\varphi\varphi\varphi} + \frac{2}{r}u_{rrr} - \\ -\frac{2}{r^3}u_{r\varphi\varphi} - \frac{1}{r^2}u_{rr} + \frac{4}{r^4}u_{\varphi\varphi} + \frac{1}{r^3}u_r + \frac{1}{\alpha^2}u_{tt} = 0.\end{gathered} \tag{2}$$

Вид граничных условий по контору $r = a$ круглой пластины $D = \{(r, \varphi)|0 \leqslant r < a, \ \ 0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi\}$ зависит от способа закрепления края. В случае шарнирного закрепления граничные условия имеют вид

$$u(r, \varphi, t)|_{r=a} = 0, \quad M(u)_r|_{r=a} = 0, \tag{3}$$

где $M(u)_r$ – изгибающий момент, который определяется формулой

$$M(u)_r = -D\left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}\right)\right].$$

Начальные условия такие же, как и в случае колебаний мембраны:

$$\begin{gathered}u(r, \varphi, t)|_{t=0} = f(r, \varphi), \\ u_t(r, \varphi, t)|_{t=0} = g(r, \varphi), \\ (r, \varphi) \in \overline{D}.\end{gathered} \tag{4}$$

Уравнение (2) рассмотрим в цилиндрической области

$$Q = \{(r, \varphi, t)|\ (r, \varphi) \in D, \ \ 0 < t < T\},$$

где T – заданная положительная постоянная, и поставим следующую задачу.

Начально-граничная задача. Найти определенную в области Q функцию $u(r, \varphi, t)$ со свойствами:

$$u(r, \varphi, t) \in C^{4,2}_{r\varphi,t}(\overline{Q}), \tag{5}$$

$$\mathcal{L}u(r, \varphi, t) \equiv 0, \quad (r, \varphi, t) \in Q, \tag{6}$$

и удовлетворяющую граничным и начальным условиям (3) и (4), где f и g – заданные достаточно гладкие функции.

Отметим, что работы [1] – [3] и другие посвящены изучению колебаний прямоугольной и круглой пластин.

В данной работе изучается колебания круглой однородной пластины при шарнирном закреплении края. Этот случай в указанной выше литературе и других исследован в основном в случае осесимметрических колебаний без соответствующих строгих математических обоснований. Доказано, что соответствующее частотное уравнение имеет счетное множество решений, указано их расположение и найдена асимптотическая формула для вычисления частот при больших индексах. На их основе построено в явном виде решение поставленной начально-граничной задачи в виде суммы ряда и дано обоснование сходимости ряда в классе регулярных и обобщенных решений. Установлена устойчивость решения от начальных функций.

Ранее в работах [4] – [8] нами изучены колебания прямоугольной пластины с различными граничными условиями на краях. Доказаны теоремы единственности, существования и устойчивости решения начально-граничных задач в классах регулярных и обобщенных решений.

Работа выполнена на средства госбюджета по госзаданию № 123021200015-5(FMRS – 2023 – 0015).

Список литературы

[1] Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Физматлит, 1967. 444 с.

[2] Тимошенко, С.П. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1966. 636 с.

[3] Справочник. Вибрации в технике. Т.1. Колебания линейных систем. Под редак. В.В. Болотина. М.: Машиностроение, 1978. 352 с.

[4] Работнов, Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.

[5] Сабитов, К.Б. Начально-граничные задачи для уравнения колебаний прямоугольной пластин // Известия Вузов. Математика. 2021. №10. С. 60 – 70.

[6] Сабитов, К.Б. Колебания пластины условиями «шарнир – заделка» // Вестник СамГТУ. Серия физ.-мат. науки. 2022. Т.26. №4. С. 650–671.

[7] Sabitov, K.B. Plate oscillations with mixed boundary conditions // Russian Mathematics. 2023. Vol.67. №3. pp. 53 – 65.

[8] Sabitov, K.B. Inverse problems for the Helmholts equations on finding the right-hand side with nonlocal integral observation // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2023. Vol. 63. №7. pp. 1145 – 1155.

[9] Сабитов К.Б. Начально-граничная задача для уравнения колебания круглой пластины, жестко закрепленной по краю // Дифференц. уравнения. 2025. Т. 61. (принята в печать).

О проблеме учета переменного давления внешней среды в функционале полной энергии мягкой оболочки

Сорокин Ф.Д., Ганеева А.Р.

МГТУ им. Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)

При исследовании конфигурации деформированных оболочек, изготовленных из эластомеров, и находящихся в потоке жидкости или газа, возникает необходимость нагружать оболочку переменным по поверхности давлением. Внутреннее давление при этом остается постоянным. В осесимметричном случае давление неравномерно распределено только по меридиану оболочки и не изменяется по окружной координате.

Некоторые биологические мягкие оболочки обладают специфическим свойством сохранять площадь поверхности при деформациях. Таким свойством обладает, например, оболочка эритроцита. Свойство сохранения площади поверхности делает невозможным прямое использование коммерческих конечно - элементных пакетов, таких как ANSYS, NASTRAN, ABAQUS и т.п. В указанных пакетах отсутствуют модели материалов, сохраняющих площадь поверхности при деформациях, в то время как, эффект сохранения площади поверхности эритроцита многократно подтверждался экспериментами и имеет физиологическое обоснование [1, 2].

Авторами был разработан и отлажен конический конечный элемент (КЭ) осесимметрично нагруженной мягкой оболочки вращения, предназначенный для расчета напряженно - деформированного состояния эритроцита при постоянном внутреннем давлении и дополнительных нагрузках, не меняющих величину и направление. Все перечисленные нагрузки обладают потенциалом, поэтому расчет сводится к поиску минимума полного потенциала П, составленного из энергии деформаций и потенциала внешних сил. Энергия деформаций U_e и потенциал внутреннего давления V_e для одного КЭ вычислялись по формулам (1)

$$U_e = \int_{s_{01}}^{s_{02}} \left(\mu \left(\frac{1}{2\lambda_1\lambda_2} \left({\lambda_1}^2 + {\lambda_2}^2 \right) - 1 \right) + \frac{K}{2} (\lambda_1\lambda_2 - 1)^2 \right) 2\pi r_0 ds_0;$$

$$V_e = -\int_{s_{01}}^{s_{02}} p\pi r^2 \frac{dz}{ds_0} ds_0; \quad \Pi = \sum_e (U_e + V_e), \qquad (1)$$

где λ_1, λ_2 — кратности деформаций; μ, K — упругие постоянные материала эритроцита; s_0 — дуга меридиана в исходном состоянии; r_0 — радиус в исходном состоянии; r, z — радиус и осевая координата в деформированном состоянии; p — постоянное внутреннее давление ($p = \text{const}$); e — номер КЭ; s_{01}, s_{02} — границы КЭ в исходном состоянии.

Следует отметить, что упругая постоянная K на несколько порядков больше упругой постоянной μ, отвечающей за учёт сдвигов, поэтому при численных расчетах множитель при K фактически обращается в ноль, что равносильно сохранению площади поверхности оболочки ($\lambda_1\lambda_2 = 1$).

Потенциал внутреннего давления представляет из себя произведение давления на объем КЭ, взятое с обратным знаком. Авторы предприняли попытку сохранить вид потенциала V_e из (1) и для случая переменного давления $p = p(s_0)$ (внешнее давление от потока плазмы крови не постоянно по меридиану). Минимизация полного потенциала всего эритроцита ($\Pi \to min$) в случае переменного давления прошла успешно и результаты выглядели вполне правдоподобно. Однако альтернативный метод решения той же задачи, основанный на численном интегрировании системы дифференциальных уравнений (СДУ) равновесия и соотношений упругости мягкой оболочки [3], приводил к совершенно другой конфигурации эритроцита.

После разбора многократных примеров выяснилось, что потенциал V_e из (1) порождает не только давление p, которое приложено по нормали к деформированной поверхности, но и специфические дополнительные распределенные нагрузки (2), направленные вдоль оси оболочки.

$$\Delta q_z = -\frac{r}{2\lambda_1} \frac{dp}{ds_0}. \qquad (2)$$

Авторы предложили для (2) название «паразитные нагрузки», так как они возникают при минимизации полного потенциала П как бы сами

собой, помимо нашего желания. Только после учета нагрузок (2) в СДУ результаты решения СДУ и минимизации полного потенциала П полностью совпали.

Таким образом, в докладе показано, что и в случае переменного по меридиану давления при расчете конфигурации эритроцита и других мягких оболочек может использоваться потенциал давления V_e , но при этом необходимо нейтрализовать «паразитные нагрузки» (2).

Список литературы

[1] Ивенс И., Скейлак Р. Механика и термодинамика биологических мембран: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 352 с.

[2] Калягина Н. В. Математическая модель осморегуляции объема эритроцита с учетом механических характеристик мембраны. М. : дис.... канд. физ.-мат. наук, 2015.

[3] Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций: статика. М: URSS, 2017. 486 с.

Колебания аэрозоля в акустическом резонаторе в осесимметричной постановке

Тукмаков Д.А.

ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Одной из областей математического моделирования является моделирование динамических процессов в сплошных средах [1-16]. Частным случаем динамических процессов являются резонансные колебания столба газа в трубах и каналах [1]. Так как многие математические модели гидродинамики имеют нелинейный характер, то для интегрирования уравнений применяются численные методы. В некоторых случаях в качестве объекта моделирования рассматриваются течения неоднородных сред. В отличие от классической гидродинамики [2] в гидродинамике неоднородных сред [3] течения определяются взаимодействием между компонентами смеси. В монографии [3] представлена общая теория динамики многофазных сред. В монографии [4] в одномерном приближении, без учета вязкости среды разработаны математические модели и проведены численные расчеты динамики запыленных, газокапельных и порошковых сред. В монографии [5] разработаны магматические модели, численные алгоритмы моделирования и приведены результаты расчетов ударно-волновых и детонационных процессов в газовзвесях металлических частиц. В работе [6] сделан обзор проблем и особенностей изучения двухфазных потоков. Указывается важность учета межфазного взаимодействия при описании течений двухфазных сред. В частности, высказывается предположение о преимуществе континуальных математических моделей динамики газодисперсных сред над прочими при описании потоков с большим содержанием дисперсных частиц. В статье [7] для описания работы устройств промышленной экологии представлена математическая модель процесса коагуляции капель газокапельной среды под действием акустических полей. Недостаток математической модели состоял в пренебрежении газовой динамики процесса, поскольку поля скорости несущей среды определялись как фиксированные величины.

Математическая модель реализовывала континуальную методику моделирования динамики неоднородных сред, позволяющею учесть межфазных обмен импульсом и энергией с дисперсной фазой [4, 8-12]. В качестве несущей среды рассматривается сжимаемый газ, движение которого описывается системой уравнений Навье-Стокса [13,14]. В осесимметричной системе координат в двумерном случае [14] система уравнений выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}=-\rho v/y, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u^2+p-\tau_{xx}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho uv-\tau_{xy}\right)=$$

$$=\left(\rho uv+\tau_{xy}\right)/y+\alpha\frac{\partial p}{\partial x}-F_x, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho uv-\tau_{xy}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho v^2+p-\tau_{yy}\right)=$$

$$=\left(-\rho v^2+\tau_{yy}\right)/y+\alpha\frac{\partial p}{\partial y}-F_y, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial(e)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\left[e+p-\tau_{xx}\right]u-\tau_{xy}v+\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(\left[e+p-\tau_{yy}\right]v-\tau_{xy}u+\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)=$$

$$=\left(-v\left(e+(1-\alpha)p-\tau_{yy}\right)+\tau_{xy}u-\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)/y+\alpha\frac{\partial}{\partial x}(up)+$$

$$+\alpha\frac{\partial}{\partial x}(up)+\alpha\frac{\partial}{\partial y}(vp)-Q-\left|F_x\right|(u-u_1)-\left|F_y\right|(v-v_1) \qquad (4)$$

$$p=(\gamma-1)\left(e-0.5\rho\left(u^2+v^2\right)\right), e=\rho I+0.5\rho\left(u^2+v^2\right),$$

$$\tau_{xx}=\mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{2}{3}D\right),\ \tau_{yy}=\mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{2}{3}D\right),$$

$$\tau_{xy}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

где ρ – плотность, u, v, u_1, v_1 – составляющие скорости несущей и дисперсной среды, e – полная энергия, λ, μ – коэффициенты теплопроводности и динамической вязкости несущей среды. Величины F_x, F_y, Q задаются законами межфазного трения и теплообмена. $I = RT/(\gamma-1)$ – внутренняя

энергия газа.

Движение дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности [4, 8-13], уравнениями сохранения составляющих импульса и уравнением сохранения внутренней энергии:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t}+\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y}=-\rho_1 v_1/y \qquad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_1^2)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 u_1 v_1)=-\rho_1 u_1 v_1/y+F_x+\alpha\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 v_1)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho v_1^2)=-\rho v_1^2/y+F_y+\alpha\frac{\partial p}{\partial y} \qquad (7)$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(e_1 u_1)+\frac{\partial}{\partial y}(e_1 v_1)=-e_1 v_1/y+Q \qquad (8)$$

$$\rho_1=\alpha\rho_{10},\ e_1=\rho_1 C_p T_1,$$

где T_1, e_1, ρ_1, α – температура дисперсной фазы, внутренняя энергия дисперсной фазы, средняя плотность и объемное содержание; C_p, α_{10} – теплоемкость и плотность вещества твердой фазы. Все частицы предполагаются одинакового размера и сферической формы, C_d – коэффициент аэродинамического сопротивления частиц [4]. Составляющие силы трения F_x и F_y задаются следующим образом [3]:

$$F_x=\frac{3}{4}\frac{\alpha}{d}C_d\rho\sqrt{(u-u_1)^2+(v-v_1)^2}\,(u-u_1)+$$
$$+\alpha\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)+$$
$$+0.5\alpha\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial u_1}{\partial t}-u_1\frac{\partial u_1}{\partial x}-v_1\frac{\partial u_1}{\partial y}\right),$$

$$F_y=\frac{3}{4}\frac{\alpha}{d}C_d\rho\sqrt{(u-u_1)^2+(v-v_1)^2}\,(v-v_1)+$$
$$+\alpha\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)+$$
$$+0.5\alpha\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial v_1}{\partial t}-u_1\frac{\partial v_1}{\partial x}-v_1\frac{\partial v_1}{\partial y}\right),$$

$$C_d=\frac{24}{Re_{10}}+\frac{4}{Re_{10}^{0.5}}+0.4,\qquad M_{10}=\left|\bar{V}-\bar{V}_1\right|/c\ ,$$

$$|V|=\sqrt{u^2+v^2},\ \ |V_1|=\sqrt{u_1^2+v_1^2}\ ,$$

$$Re_{10}=\rho\left|\bar{V}-\bar{V}_1\right|d/\mu\ ,\quad Pr=\gamma C_p\mu/\lambda\,,$$

$$Nu_1=2\exp(-M_{10})+0.459\,\mathrm{Re}_{10}^{0.55}\,\mathrm{Pr}^{0.33},$$

$$0\leqslant M_{10}\leqslant 2,\ 0\leqslant Re_{10}<2\cdot 10^5.$$

Температура несущей среды находится из уравнения: $T=(\gamma-1)(e/\rho-0.5(u^2+v^2))/R$. Внутренняя энергия взвешенной в газе твердой фазы определяется как $e_1=\rho_1 C_p T_1$. В уравнение энергии для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа λ и тепловой поток за счет теплообмена между газом и частицей [4]: $Q=6\alpha\, Nu_1\lambda(T-T_1)/d^2$.

Полученные системы дифференциальных уравнений в частных производных – (1)-(8) решалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака [13] с расщеплением по пространственным направлениям [14] и схемой нелинейной коррекции [15,16]. Сопоставление физического эксперимента с численными расчетами проведено в работе [8].

Рассмотрим динамику монодисперсной газовой взвеси при резонансных режимах колебаний несущей среды в закрытой цилиндрической трубе, продольные колебания в которой возбуждаются поршнем, перемещающимся по гармоническому закону – рис. 1. В численных расчетах длина трубы составляла L = 1 м, диаметр d = 0.06 м. Газовая взвесь в начальный момент времени представляет собой смесь воздуха с равномерно распределенными в объеме резонатора частицами твердой фазы – сферами одинакового диаметра с фиксированной плотностью вещества. В начальный момент времени газовая взвесь неподвижна, температуры фаз равны $T_0=T_{10}$, заданы плотность воздуха, вещества дисперсной фазы и ее объемное содержание – α. При t = 0 поршень начинал движение по гармоническому закону $x(t)=a\cdot sin(\omega\cdot t)$, где ω – вторая резонансная частота колебаний газового столба в закрытом акустическом резонаторе [1], $\omega_2=2\pi c/L$, a = 1 мм.

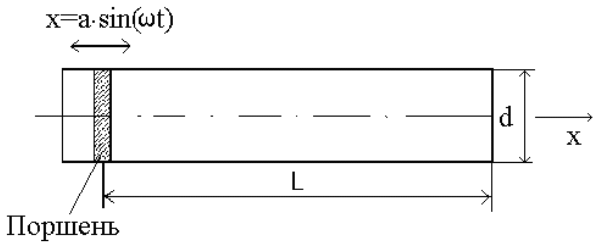


Рис. 1. Схема резонатора.

Параметры несущей среды газовой взвеси: $M=29\cdot10^{-3}$ кг/моль – молярная масса воздуха, теплопроводность несущей среды предполагалась равной – λ = 0.02553 Вт/(м·К), динамическая вязкость несущей среды – μ = 1,72 10^{-5} Па·с, γ = 1.4, R = 8.31 Дж/(моль · К). Начальная плотность несущей среды – ρ_0 = 1.29 кг/м^3. В начальный момент времени и газ и частицы неподвижны, задана одинаковая температура газа и частиц – T_0 = 293 К. Скорость звука определялась по формуле

$c = \sqrt{M^{-1}\gamma RT}$ и при указанных параметрах несущей среды – c = 342.84 м/с. Линейная частота колебаний газового столба – $\nu_2 = \omega_2/2\pi = c/L$ = 342.84 Гц. При постановке численных экспериментов задавалась плотность вещества дисперсной фазы – ρ_{10}=1000 кг/м^3. При расчетах на неподвижных поверхностях, в частности закрытом конце трубы все составляющие скоростей фаз приравнивались нулю, для остальных газодинамических функций задавались однородные граничные условия второго рода. На оси трубы для составляющих скорости ставились условия симметрии, для плотности, давления и температуры однородные граничные условия второго рода. На поверхности поршня осевая составляющая скорости изменялась по гармоническому закону, радиальная составляющая скорости приравнивалась нулю.

Работа выполнялась в рамках государственного задания Федерального исследовательского центра Казанского научного центра Российской академии наук.

Список литературы

[1] Красильников, В.А. Введение в физическую акустику. Москва: Наука, 1984. С. 403.

[2] Лоицянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Москва: Дрофа, 2003. С. 784.

[3] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. Москва: Наука, 1978. С. 336.

[4] Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. Санкт-Петербург.: Недра, 2003. С. 284.

[5] Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. Волновые процессы в газовзвесях частиц металлов. Новосибирск: Параллель, 2015. С. 301.

[6] Вараксин А.Ю. Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков с твердыми частицами, каплями и пузырями// Теплофизика высоких температур. 2023. Т. 61. № 6. С. 926-948.

[7] Liu C., Zhao Y., Tian Z., Zhou H. Numerical simulation of condensation of natural fog aerosol under acoustic wave action// Aerosol and Air Quality Research. 2021. Vol. 21. No 4. Pp. 1-21.

[8] Тукмаков Д. А. Сопоставление численных расчетов континуальной математической модели динамики монодисперсного аэрозоля в акустическом резонаторе – закрытой трубе с физическим экспериментом // Вестник Омского университета. 2022. Т. 27. № 2. С. 40–46.

[9] Ахунов А.А., Тукмаков Д.А. Численное исследование влияния плотности материала дисперсных включений на процесс разлёта газовзвеси в вакуум// Вестник Забайкальского государственного университета. 2020. №3. С. 6 -14.

[10] Тукмаков Д.А., Тукмакова Н.А. Численное исследование влияния размера дисперсных включений на процесс разлёта газовзвеси в вакуум// Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2020. Т. 30. № 1. С. 109-119.

[11] Тукмаков Д.А. Математическое моделирование вытеснения аэрозоля потоком газа // Вестник Череповецкого государственного университета. 2019. №6. С. 24-33.

[12] Тукмаков Д. А. Математическое исследование скоростного скольжения фаз при взаимодействии ударной волны предельно малой интенсивности с электрически заряженной газовзвесью // Вестник Череповецкого государственного университета. 2020. № 4. С. 77–88.

[13] Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. Москва: Мир, 1991. С. 552.

[14] Ковеня В.М., Тарнавский Г.А., Черный С.Г. Применение метода расщепления в задачах аэродинамики. Новосибирск: Наука, 1990. С. 247.

[15] Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. 1993. Т. 5. №3. С. 74-83.

[16] Тукмаков А.Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2006. № 4. С. 33-36.

Влияние температуры на трибологические свойства композиционных покрытий на основе меди и цинка

Тумбусова[1] И.А., Даутов[1] С., Якимчук[1] А.В., Джуринский[1] Д.В.

[1]Сколковский институт науки и технологий, Москва

Коррозионностойкие покрытия на основе меди уже долгое время широко применяются в различных отраслях промышленности - от медицины до автомобилестроения. В литературе представлено достаточно много работ, посвящённых изучению влияния метода нанесения покрытий основе меди на их фазовый состав, микроструктуру, механические и коррозионные свойств. Однако количество исследований, посвящённых изучению трибологических свойств и механизмов износа таких покрытий, остаётся ограниченным. Имеющиеся данные [1] -[3] в основном освещают влияние таких параметров, как скорость скольжения и приложенная нагрузка, на коэффициент трения, интенсивность и характер износа. Для расширения возможностей практического применения этих покрытий необходимо также учитывать температуру как критически важный параметр, влияющий на их трибологические характеристики. Целью данного исследования является изучение трибологических характеристик покрытий $Cu_{70}Zn_{30}$ (мас. %) содержащих от 0 до 40 мас. % Al_2O_3 при температурах 22°C и 100°C.

Композиционные порошки $Cu_{70}Zn_{30}$ и $Cu_{70}Zn_{30}$+Al_2O_3 (мас. %) полученные механическим синтезом, были нанесены на стальную подложку методом холодного газодинамического напыления низкого давления. Трибологические характеристики покрытий оценивались на трибометре THT по схеме “шарик - диск”, используя стальной шарик диаметром 6 мм в качестве контртела для каждого испытания. Все испытания проводились при комнатной температуре (22°C) и 100°C с постоянной нагрузкой 10 Н и линейной скоростью скольжения 50 мм/с, в результате чего общее расстояние скольжения составило 500 м.

Рентгенофазовый анализ свидетельствуют, что структура полученных покрытий соответствует исходному составу порошков. Во всех образцах матрица представлена двухфазовой структурой, состоящей из α-Cu (ГЦК) и β’-CuZn (ОЦК) фаз. Независимо от содержания Al_2O_3 (мас. %), все покрытия характеризуются слоистой структурой, образованной деформированными частицами исходного порошка, и обладают низкой пористостью. Следует отметить, что увеличение содержания Al_2O_3 (мас. %) в исходном порошке способствует формированию более однородного покрытия, что подтверждается анализом распределения значений микротвердости (HV) по Вейбуллу [4] .

Ожидаемо, увеличение содержания Al_2O_3 в покрытии приводит к повышению микротвердости с 180 $HV_{0.3}$ ($Cu_{70}Zn_{30}$, мас. %) до 292 $HV_{0.3}$ ($Cu_{70}Zn_{30}$-40Al_2O_3, мас. %), что подтверждает эффективность дисперсионного упрочнения медно-цинковой матрицы частицами коррунда. Согласно данным исследований [5] , высокая твердость не служит единственным критерием повышенной износостойкости материала. Износостойкость может быть охарактеризована соотношением модуля Юнга к микротвердости (индекс пластичности H/E), где более высокие значения указывают на лучшую устойчивость покрытия к пластической деформации при фрикционном воздействии [5] . Экспериментальные данные показали четкую зависимость: с увеличением содержания Al_2O_3 индекс пластичности покрытий возрастал от 0,05 ($Cu_{70}Zn_{30}$, мас. %) до 0,07 ($Cu_{70}Zn_{30}$-40Al_2O_3, мас. %). Данная тенденция коррелирует с результатами трибологического теста - при комнатной температуре скорость износа покрытия Cu-Zn-40Al_2O_3 составила 1,747 мм^3/(Н·м), что на 35% меньше, чем у покрытия Cu-Zn. Аналогичная тенденция сохраняется при температуре эксперимента 100°C, скорость износа покрытия $Cu_{70}Zn_{30}$-40Al_2O_3 (мас. %). составила 1,198 мм^3/(Н·м) и отличается на 36% от износа покрытия $Cu_{70}Zn_{30}$ (мас. %). Из этого следует, что вне зависимости от температуры покрытия с корундом лучше противостоят износу.

Список литературы

[1] Zhang L., Yang S., Lv X., Jie X. Wear and corrosion resistance of cold-sprayed Cu-based composite coatings on magnesium substrate: Journal of Thermal Spray Technology, 2019, 28, p 1212-1224.

[2] Equey S., Houriet A., Mischler S. Wear and frictional mechanisms of copper-based bearing alloys: Wear, 2011, 273(1), p.9-16.

[3] Triantou K.I., Pantelis D.I., Guipont V., Jeandin M. Microstructure and tribological behavior of copper and composite copper+ alumina cold sprayed coatings for various alumina contents: Wear, 2015, 336, p.96-107.

[4] Ang A.S.M., Berndt C.C. A review of testing methods for thermal spray coatings: International Materials Reviews, 2014, 59 (4), p 179-223.

[5] Leyland A., Matthews A., Design Criteria for Wear-Resistant Nanostructured and Glassy-Metal Coatings: Surface and Coatings Technology, 2004, 177-178, p 317-324.

Собственные значения продольных колебаний стержня с двумя продольными трещинами

Утяшев И.М. [*, **], **Фатхелисламов А.Ф** [*, **]

[*] Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа
[**] Уфимский университет науки и технологий, Уфа

Балки и стрежни являются элементами многих конструкций и механизмов. При эксплуатации данных объектов возникают колебания, частота колебаний которых значительно влияют на безопасность и прочность. Поэтому важно уже на этапе проектирования знать возможный диапазон частот. Кроме того, такие дефекты как трещины и коррозия значительно изменяет спектр частот [1-3].

В данной работе рассматривается однородный прямоугольный балка стержень длиной $L = 1$, плотностью ρ и площадью поперечного сечения F с двумя продольными трещинами. Первая трещина расположена от точки x=0 до x=x_{c1}, вторая от x= x_{c2} до x=1. Требуется определить спектр частот собственных продольных колебаний.

Предлагается рассматривать балку как составную, состоящую из трех частей, где участок без трещины обозначен индексом 2, а два участка с трещинами индексами 1 и 3 соответственно. Оси симметрии этих участков совпадают. Стержень имеет жесткое закрепление на левом конце и свободное на правом.

Продольные колебания стержня с постоянным поперечным сечением описывается уравнением [4, с. 146]:

$$EF\frac{d^2U(x,t)}{dx^2}+\rho F\frac{d^2U(x,t)}{dt^2}=0, \qquad (1)$$

где $U = U(x, t)$ – продольное смещение, E – модуль упругости, ρ – плотность стержня, F – площадь поперечного сечения стержня.

Решение уравнения (1) ищем в виде $U(x, t) = u(x)\cos\omega t$. Тогда (1) сводится к следующему уравнению:

$$u''+\lambda^2 u=0, \qquad (2)$$

где спектральный параметр $\lambda^2=\frac{\rho F\omega^2}{E}$.

Поскольку стержень слева и справа от точек x_{c1} и x_{c2} имеет разные формы поперечного сечения, то уравнения продольных колебаний на каждом участке будут разными:

$$u_1''+\lambda^2 u_1=0,\ u_2''+\lambda^2 u_2=0,\ u_3''+\lambda^2 u_3=0, \qquad (3)$$

Точки соединения участков стрежня обозначим x_{c1} и x_{c2}, где применим условия сопряжения:

$$\begin{aligned} &u_1(x_{c1})=u_2(x_{c1}),\ u_2(x_{c2})=u_3(x_{c2}),\\ &u'_1(x_{c1})P_1=u'_2(x_{c1}),\ u'_2(x_{c2})=u'_3(x_{c2})P_2 \end{aligned}, \qquad (4)$$

здесь $P_1=\frac{F_1}{F_2}$, $P_2=\frac{F_3}{F_2}$, $F_1=BH-b_1h_1$, $F_2=BH$, $F_3=BH-b_3h_3$.

Согласно постановке задачи краевые условия имеют вид:

$$u_1(0)=0,\ u_3'(1)=0 \qquad (5)$$

Общее решение уравнений (3) будем искать в виде

$$u_1=C_{11}\cos\lambda x+C_{12}\frac{\sin\lambda x}{\lambda},$$
$$u_2=C_{21}\cos\lambda x+C_{22}\frac{\sin\lambda x}{\lambda},$$
$$u_3=C_{31}\cos\lambda x+C_{32}\frac{\sin\lambda x}{\lambda}. \qquad (6)$$

Подставив решения (6) в (3), (4) и получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} u_1(0)=C_{11}1+C_{12}0=0,\\ u'_3(1)=-\lambda C_{31}\sin\lambda+C_{32}\cos\lambda=0,\\ C_{11}\cos\lambda x_{c1}+C_{12}\frac{\sin\lambda x_{c1}}{\lambda}-C_{21}\cos\lambda x_{c1}-\\ \qquad -C_{22}\frac{\sin\lambda x_{c1}}{\lambda}=0,\\ -P_1(\lambda C_{11}\sin\lambda x_{c1}-C_{12}\cos\lambda x_{c1})+\\ \qquad +\lambda C_{21}\sin\lambda x_{c1}-C_{22}\cos\lambda x_{c1}=0,\\ C_{21}\cos\lambda x_{c2}+C_{22}\frac{\sin\lambda x_{c2}}{\lambda}-C_{31}\cos\lambda x_{c2}-\\ \qquad -C_{32}\frac{\sin\lambda x_{c2}}{\lambda}=0,\\ -\lambda C_{21}\sin\lambda x_{c2}+C_{22}\cos\lambda x_{c2}+\\ \qquad +P_3(\lambda C_{31}\sin\lambda x_{c2}-C_{32}\cos\lambda x_{c2})=0 \end{cases}. \qquad (7)$$

Из первого уравнения следует, что C_{11}=0. Система уравнений (7) относительно неизвестных констант C_{12}, C_{21}, C_{22}, C_{31}, C_{32} имеет нетривиальное решение тогда и только тогда, когда равен нулю определитель этой системы

$$D = \begin{vmatrix} -\cos\lambda x_{c1} & -\sin\lambda x_{c1} & 0 & 0 \\ \lambda\sin\lambda x_{c1} & -\cos\lambda x_{c1} & 0 & 0 \\ \cos\lambda x_{c2} & \dfrac{\sin\lambda x_{c2}}{\lambda} & -\cos\lambda x_{c2} & \dfrac{\sin\lambda x_{c2}}{\lambda} \\ -\lambda\sin\lambda x_{c2} & \cos\lambda x_{c2} & P\lambda\sin\lambda x_{c2} & -P\cos\lambda x_{c2} \end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

Вычислив определитель (8), получим уравнение для нахождения собственных значений (собственных частот).

Работа выполнена на средства государственного бюджета по государственному заданию 123021200015-5 (FMRS-2023-0015).

Список литературы

[1] Ахтямов А. М., Ильгамов М. А. Модель изгиба балки с надрезом: прямая и обратная задачи // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54. № 1. С. 152-162

[2] Narkis Y. Identification of crack location in vibrating simply-supported beames // Journal of sound and vibrations. 1994. V. 172. P. 549–558.

[3] Утяшев И. М. Идентификация продольного надреза стержня по собственным частотам колебаний / И. М. Утяшев, А. Ф. Фатхелисламов // Russian Technological Journal. 2023. – Т. 11, № 2. – С. 92-99.

[4] Болотин В. В. Вибрации в технике. Справочник. М.: Машиностроение. 1978. 352 с.

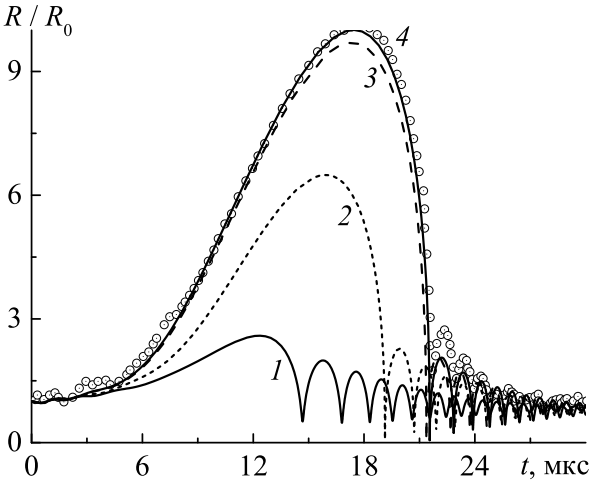
Динамика покрытого анизотропной оболочкой пузырька газа во внешнем акустическом поле[1]

Федоров Ю.В.*

*Институт механики и машиностроения ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Покрытые вязкоупругой оболочкой пузырьки встречаются во многих областях. Но основное применение они нашли в биомедицине, где используются в качестве контрастных веществ для ультразвуковой диагностики [1, 2].

В рамках данной работы получено модифицированное уравнение Келлера–Миксиса, учитывающее радиальные колебания пузырька газа, покрытого анизотропной оболочкой, и находящегося в несущей жидкости. Проведены численные расчеты. Проанализировано влияние анизотропии оболочки на радиальную динамику пузырька газа во внешнем акустическом поле. В частном случае дано сравнение теории с имеющимися экспериментальными данными. Построена математическая модель, определяющая распространение акустических волн в жидкости с покрытыми анизотропной оболочкой пузырьками газа. Найдено аналитическое выражение для резонансной частоты пузырьков. Исследовано влияние анизотропии оболочки на динамику акустических волн.



В частности, на приведенном рисунке представлено влияние анизотропии оболочки на зависимости радиуса инкапсулированного пузырька воздуха от времени. Для включения используются параметры [3]. Начальный радиус пузырька воздуха R_0 составлял $4.5 \cdot 10^{-6}$ м. Пузырек находился в воде. Температура смеси $T_0 = 283$ К, давление $p_\infty = 10^5$ Па. Внешнее акустическое давление создавалось в виде $p_l = p_\infty - p_a \sin(2\pi f t)$, где амплитуда давления $p_a = 1.37 \cdot 10^5$ Па, частота $f = 26500$ Гц. Начальная толщина оболочки $d = 10^{-9}$ м. Модуль Юнга в радиальном направлении $E_r = 88.8 \cdot 10^6$ Па. Кривая *1* построена при $E_\parallel = 2E_r$, *2* — $E_\parallel = E_r$, *3* — $E_\parallel = 0.1E_r$, *4* — пузырек без оболочки ($d = 0$). Маркеры соответствуют экспериментальным данным [3]. Здесь $E_\parallel$ — модуль Юнга в орторадиальном направлении.

В настоящей работе рассматривается режим, при котором амплитуда колебаний давления жидкости p_a значительно превышает статическое давление p_∞. Поэтому, как видно из рисунка, в начальный момент времени пузырек сначала сильно расширяется, а затем в фазе положительного давления жидкости стремительно сжимается, после чего наступает стадия радиальной пульсации пузырька, затухающей к концу периода. Также видно, что увеличение модуля Юнга в орторадиальном направлении $E_\parallel$ приводит к замедлению роста газового пузырька, а также к уменьшению амплитуды колебаний пузырька. Чем жестче материал оболочки, тем время, при котором происходит сжатие пузырька меньше. К примеру, при $E_\parallel = 0.1E_r$ время первого коллапса пузырька составляет 21.4 мкс, а при $E_\parallel = 2E_r$ время уменьшается до значения $t = 14.7$ мкс. Таким образом, для более жесткого материала затухание радиальных колебаний пузырька к концу периода происходит быстрее. В частном случае пузырька без оболочки (кривая *4*) найдено удовлетворительное соответствие теоретической зависимости радиуса пузырька воздуха от времени с экспериментальными данными.

Список литературы

[1] Sboros V. Response of contrast agents to ultrasound // Advanced Drug Delivery Reviews. 2008. Vol. 60. P. 1117–1136.

[2] Teng X.D., Guo X.S., Tu J., Zhang D. Nonlinear response of ultrasound contrast agent microbubbles: from fundamentals to applications // Chin. Phys. B. 2016. Vol. 25, No. 12. P. 124308.

[3] Lofstedt R., Barber B.P., Putterman S.J. Toward a hydrodynamic theory of sonoluminescence // Phys. Fluids A. 1993. Vol. 5. P. 2911–2928.

[1] Работа выполнена за счет гранта Академии наук Республики Татарстан, предоставленного молодым кандидатам наук (постдокторантам) с целью защиты докторской диссертации, выполнения научно-исследовательских работ, а также выполнения трудовых функций в научных и образовательных организациях Республики Татарстан в рамках Государственной программы Республики Татарстан "Научно-технологическое развитие Республики Татарстан" (договор № 87/2024-ПД).

Численный метод решения системы уравнений многофазной гидродинамики с произвольным числом фаз[1]

Чупров П.А.*

*Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

Математическое моделирование многофазных сред – живая, актуальная и развивающаяся наука. Методы численного решения систем неравновесной динамики многофазных систем активно развиваются и конкурируют друг с другом. Особый интерес представляют методы, пригодные для моделирования быстропротекающих ударно-волновых процессов. Часто в качестве таких методов используют конечно-объёмные Римановские решатели в силу их консервативности. Однако в этой области существует проблема: существующие решатели не способны достаточно точно воспроизводить волновую структуру на градиентах и разрывах объёмной доли и при этом иметь возможность рассматривать произвольное число фаз. В настоящей работе представлен численный метод, который предлагается как решение этой проблемы.

Рассматривается одномерная двухфазная модель:

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{F}_x = \mathbf{H} + \mathbf{p}$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_1\rho_1 \\ \alpha_1\rho_1 v_1 \\ \alpha_1\rho_1 E_1 \\ \alpha_2\rho_2 \\ \alpha_2\rho_2 v_2 \\ \alpha_2\rho_2 E_2 \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha_1\rho_1 v_1 \\ \alpha_1(\rho_1 v_1^2 + p_1) \\ \alpha_1 v_1(\rho_1 E_1 + p_1) \\ \alpha_2\rho_2 v_2 \\ \alpha_2(\rho_2 v_2^2 + p_2) \\ \alpha_2 v_2(\rho_2 E_2 + p_2) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -\tilde{v}(\alpha_1)_x \\ 0 \\ \tilde{p}(\alpha_1)_x \\ \tilde{p}\tilde{v}(\alpha_1)_x \\ 0 \\ \tilde{p}(\alpha_2)_x \\ \tilde{p}\tilde{v}(\alpha_2)_x \end{bmatrix} .\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathcal{F} \\ 0 \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{E} - (\tilde{p} + \beta)\mathcal{F} \\ 0 \\ -\mathcal{M} \\ -\mathcal{E} + \tilde{p}\mathcal{F} \end{bmatrix}.$$

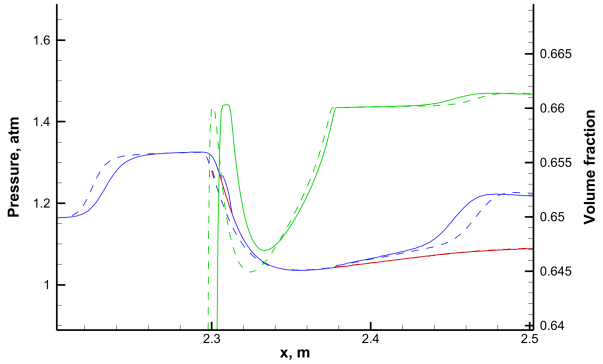
$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1,$$

Предлагаемый метод основывается на методике HLL, рассмотренной в применении к многофазным системам в [1]:

$$\mathbf{\Phi}^n_{i+1/2} = \frac{(S^+)^n_{i+1/2}\mathbf{\Phi}^n_i - (S^-)^n_{i+1/2}\mathbf{\Phi}^n_{i+1}}{(S^+)^n_{i+1/2} - (S^-)^n_{i+1/2}} +$$

$$+ \frac{(S^+)^n_{i+1/2}(S^-)^n_{i+1/2}\left(\mathbf{W}^n_{i+1} - \mathbf{W}^n_i\right)}{(S^+)^n_{i+1/2} - (S^-)^n_{i+1/2}}$$

Оригинальный метод из работы [1] основывается на, так называемом, PV-условии, то есть требовании к схеме сохранять однородный по давлению и скорости поток стационарным во времени даже в присутствии разрывов объёмной доли. В настоящей работе это требование было заменено на PVD-условие, в котором требуется однородность не только давления и скорости, но и плотности. Такой подход позволяет изменить аппроксимация уравнения компактирования и сопловых членов таким образом, что получившаяся численная схема с одной стороны всё ещё очень проста и не требует решения систем нелинейных уравнений, а с другой позволяет достаточно точно моделировать волновую динамику на разрывах объёмной доли, а также учитывать произвольное количество фаз. На рисунке представлено сравнение моделирования задачи о зондировании засыпки песка переотражёнными ударными волнами при помощи метода Годунова, см [2],(пунктирные линии) и при помощи представленного в работе метода (сплошные линии).



[1]Работа выполнена при поддержке государственного задания №124022400174-3

Список литературы

[1] Saurel R, Abgrall, R. A Multiphase Godunov Method for Compressible Multifluid and Multiphase Flows // Journal of Computational Physics / 1999. Т. 150, № 2, С. 425–467.

[2] Poroshyna, Ya. E., Utkin, P.S. Numerical simulation of a normally incident shock wave – dense particles layer interaction using the Godunov solver for the Baer–Nunziato equations // International Journal of Multiphase Flow. / 2021. С. 103718.

Критическая глубина погружения мягкой оболочки

Хакимов А.Г.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

При океанографических исследованиях, ловле рыбы, поисках и подъемах затонувших судов и иных объектов употребляют наполненные газом мягкие оболочки [1]. Всплытие мяча в воде - настолько знакомый с детства процесс ("Не утонет в речке мяч"), что возможность потерн им плавучести после погружения на некоторую глубину осознается не сразу. Между тем, всплытие мягкой оболочки с газом с большой глубины не всегда осуществимо [1].

Заполнению мягких оболочек газом под значительным внутренним давлением обычно препятствует невысокая их прочность. Поэтому рассмотрим тот случай, когда оболочка наполнена газом с небольшим абсолютным давлением. При погружении вода сжимает газ, водой замещающий объем уменьшается, падает и подъемная сила. На некоторой критической глубине оболочка может потерять способность самостоятельного всплытия [1].

Способ подъема бонового заграждения, состоящего из эластичных секций, внутренние полости которых образуют общее пространство оболочки, включающий подачу сжатого газа в оболочку рассматривается в [2].

В [3] предлагается способ и устройства для судоподъема с больших глубин, который не требует создания специальных судов и мощных гидрозахватов, а судоподъем выполняется с помощью мягких понтонов специальной конструкции, которые заполняются воздухом из газогенератора-экстрактора.

Влияние среднего давления. Задача о критической глубине погружения пневмооболочки вполне элементарна; в гораздо более сложной постановке с нею сталкиваются при расчете подъема стратостата. Поэтому обращение к ней здесь оправдывается лишь своеобразием явления [1].

Пусть Q и W_1 - вес и объем оболочки и присоединенных к ней деталей вне оболочки, которые полагаем несжимаемыми, ρ_0 - плотность заполняющего оболочку газа при атмосферном давлении p_a, ρ - плотность жидкости, в которую погружена оболочка, W_0 - объем газа в оболочке при атмосферном наружном давлении и внутреннем абсолютном давлении p_0, W - объем газа в оболочке на некоторой глубине H.

Так как нас интересует характер явлений, введем некоторые упрощающие допущения. Полагаем, что удельный вес жидкости не меняется с глубиной; закон сжатия газа изотермический; давление газа на достаточно большой глубине равно среднему по высоте оболочки давлению воды.

Исследуем влияние действия среднего давления на критическую глубину погружения мягкой сферической оболочки. Условие самостоятельного всплытия оболочки после удаления удерживавшей силы имеет вид [1]

$$Q + \rho_0 g W_0 < \rho g \left(W_1 + W\right). \tag{1}$$

При изотермическом сжатии воздуха до давлений порядка 15 – 20 МПа можно пользоваться соотношением

$$p_0 W_0 = p_i W, \tag{2}$$

где p_i – давление внутри деформированной оболочки на некоторой глубине H.

Напряжения σ в сферической оболочке подверженной перепаду давлений Δp определяются по формуле

$$\sigma = \frac{\triangle\, pR}{2h}, \tag{3}$$

где h, R – толщина стенки и радиус деформированной оболочки на некоторой глубине H. Повышая давление мы повышаем напряжение [4]. В сильно растяжимом материале рост напряжения сопровождается удлинениями материала оболочки в направлении действующих усилий (в касательной к сфере плоскости), а также утонением оболочки.

Перепад давлений Δp определяются по формуле

$$\triangle\, p = p_i - p - \frac{\left(p_i + p\right) h}{R},$$

где последнее слагаемое представляет среднее давление, которое определяется согласно [5–7]. Это выражение перепишем в виде

$$\triangle\, p = p_i \left(1 - \frac{h}{R}\right) - p \left(1 + \frac{h}{R}\right), \tag{4}$$

где p – давление воды на глубине H.

Для сферической оболочки из несжимаемого материала при однородной деформации имеет место условие равенства объемов недеформированной и деформированной оболочки

$$\pi d^2 t = 4\pi R^2 h, \tag{5}$$

откуда следует

$$h = \frac{d^2 t}{4R^2}. \quad (6)$$

Для двухосного растяжения относительные удлинения поверхности оболочки $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ и напряжения σ равны

$$\sigma = \frac{E\varepsilon}{1-\nu}, \ \ \varepsilon = \frac{2R}{d} - 1, \quad (7)$$

где E, ν, ε – модуль упругости, коэффициент Пуассона, относительное удлинение материала оболочки, ε_1, ε_2 – относительные удлинения в направлениях главных кривизн.

Приравнивая соотношения (3) и (7) с учетом (2), (4) – (6), выражения для объема деформированной оболочки без груза $W = 4\pi R^3/3$найдем уравнение нелинейной связи между p и R

$$p = \frac{\rho g p_0 W_0}{Q + \rho_0 g W_0 - \rho g W_1} \frac{\left(4R^3 - d^2 t\right)}{\left(4R^3 + d^2 t\right)} - \frac{4dtE\left(2R - d\right)}{\left(4R^3 + d^2 t\right)}. \quad (8)$$

Радиус деформированной оболочки R определяется из условия не всплытия оболочки, которое следует из (1)

$$Q + \rho_0 g W_0 = \rho g \left(W_1 + W\right)$$

и выражения для объема деформированной оболочки без груза

$$W = 4\pi R^3/3 \quad (9)$$

$$R = \left[\frac{3\left(Q + \rho_0 g W_0 - \rho g W_1\right)}{4\pi\rho g}\right]^{\frac{1}{3}}. \quad (10)$$

В силу принятых допущений давление p воды на глубине H равно

$$p = p_a + \rho g H. \quad (11)$$

Уравнение (8) с учетом (11), решенное относительно глубины погружения H, имеет вид

$$H_{cr} = \eta_1 - \eta_2. \quad (12)$$

где

$$\eta_1 = \frac{p_0 W_0}{Q + \rho_0 g W_0 - \rho g W_1} \frac{\left(4R^3 - d^2 t\right)}{\left(4R^3 + d^2 t\right)},$$

$$\eta_2 = \frac{4dtE\left(2R - d\right)}{\rho g \left(4R^3 + d^2 t\right)} - \frac{p_a}{\rho g}.$$

Расчеты проведены для следующих параметров: мягкая сферическая оболочка со средней плотностью материала ρ_1 = 1200 кг/м^3, наполнена воздухом плотностью (при атмосферном давлении) 1,29 кг/м^3 и опускается в морскую воду с плотностью 1025 кг/м^3. Коэффициент Пуассона материала оболочки ν = 0.5.

На рис. 1 (a) дается зависимость критической глубины погружения H_{cr} (м) от диаметра d (м) оболочки для разных значений толщины стенки оболочки, модуль упругости материала оболочки E = 5.0 МПа, давление воздуха в оболочке перед погружением p_0 = 0.2 МПа. Видно, что с увеличением диаметра оболочки происходит уменьшение критической глубины погружения, а с увеличением толщины стенки оболочки происходит увеличение критической глубины погружения. На рис. 1 (b) приводится зависимость критической глубины погружения H_{cr} (м) от диаметра d (м) оболочки для разных значений давления в оболочке перед погружением. Видно, что с увеличением диаметра оболочки происходит уменьшение критической глубины погружения, а с увеличением давления воздуха в оболочке перед погружением происходит уменьшение критической глубины погружения. На рис. 1 (c) приводится зависимость критической глубины погружения H_{cr} (м) от диаметра d (м) оболочки для разных значений модуля упругости, толщины стенки оболочки t = 2 мм, давления воздуха в оболочке перед погружением p_0 = 0.2 МПа. Видно, что с увеличением диаметра оболочки происходит уменьшение критической глубины погружения, а с увеличением модуля упругости происходит увеличение критической глубины погружения.

Решение задачи без учета действия среднего давления. Перепад давлений Δp в этом случае определяются по формуле

$$\triangle\, p = p_i - p, \quad (13)$$

где p – давление воды на глубине H.

Приравнивая выражения (3) и (7) с учетом соотношений (2), (6), (9) – (11), (13) найдем выражение для критической глубины погружения H_{cr}

$$H_{cr} = \eta_3 - \eta_4, \quad (14)$$

где

$$\eta_3 = \frac{p_0 W_0}{\left(Q + \rho_0 g W_0 - \rho g W_1\right)},$$

$$\eta_4 = \frac{4\pi dtE\left(2\left[\frac{3(Q+\rho_0 g W_0 - \rho g W_1)}{4\pi\rho g}\right]^{\frac{1}{3}} - d\right)}{3\left(Q + \rho_0 g W_0 - \rho g W_1\right)} - \frac{p_a}{\rho g}.$$

На рис. 1 (d) дается зависимость критической глубины погружения H_{cr} (м) от диаметра d (м) оболочки для разных значений толщины стенки оболочки, модуль упругости материала оболочки E = 5.0 МПа, давление воздуха в оболочке перед погружением p_0 = 0.2 МПа. Видно, что с увеличением диаметра оболочки происходит увеличение критической глубины погружения, а с увеличением

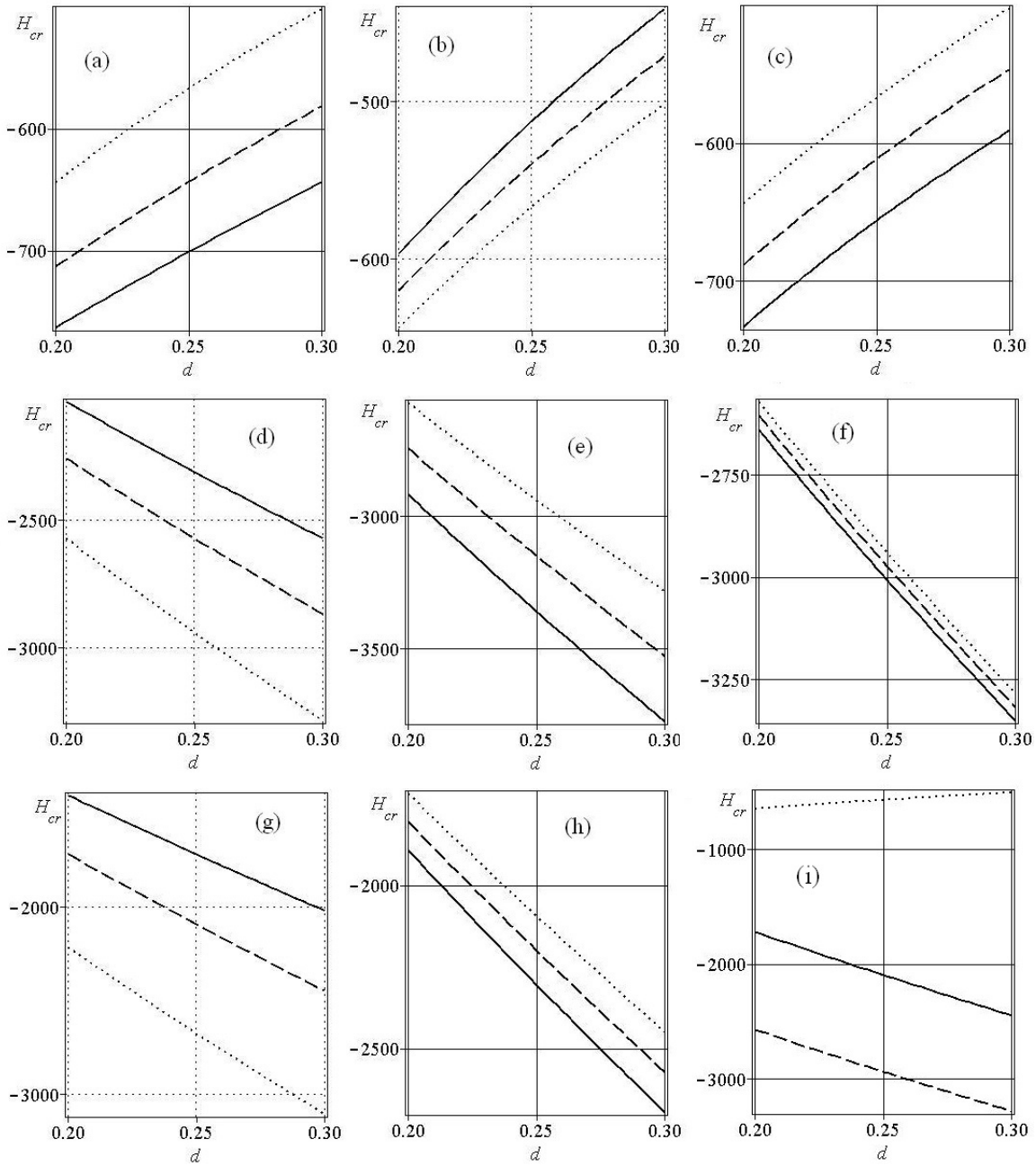


Рис. 1. Зависимость критической глубины погружения H_cr (м) от диаметра d (м) оболочки для разных: (a) толщин оболочки: t = 1.5, 2.0, 2.5 мм (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно), (b) давлений воздуха в оболочке перед погружением: p_0 = 0.20, 0.21, 0.22 МПа (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно), (c) модуля упругости = 5.0, 5.2, 5.4 МПа, (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно), (d) толщин оболочки: t = 1.5, 2.0, 2.5 мм (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно), (e) давлений воздуха в оболочке перед погружением: p_0 = 0.20, 0.21, 0.22 МПа (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно), (f) модуля упругости = 5.0, 5.2, 5.4 МПа (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно), (g) толщин оболочки: t = 1.5, 2.0, 2.5 мм (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно), (h) давлений воздуха в оболочке перед погружением: p_0 = 0.20, 0.21, 0.22 МПа (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно). (i) Зависимость критической глубины погружения H_cr (м) от диаметра d (м) оболочки для толщины оболочки t = 2.0 мм, модуля упругости = 5.0 МПа, давления воздуха в оболочке перед погружением p_0 = 0.20 МПа: с учетом действия среднего давления, без учета действия среднего давления, по модели недеформируемой оболочки (пунктирная, штриховая, сплошная линии соответственно).

толщины стенки оболочки происходит уменьшение критической глубины погружения. На рис. 1 (e) приводится зависимость критической глубины погружения H_{cr} (м) от диаметра *d* (м) оболочки для разных значений давления в оболочке перед погружением. Видно, что с увеличением диаметра оболочки и давления воздуха в оболочке перед погружением происходит увеличение критической глубины погружения. На рис. 1 (f) приводится зависимость критической глубины погружения H_{cr} (м) от диаметра *d* (м) оболочки для разных значений модуля упругости, толщина стенки оболочки *t* = 2 мм, давление воздуха в оболочке перед погружением p_0 = 0.2 МПа. Видно, что с увеличением диаметра оболочки и модуля упругости происходит увеличение критической глубины погружения.

Решение задачи без учета деформации оболочки. Условие не всплытия оболочки после удаления удерживавшей силы имеет вид

$$Q + \rho_0 g W_0 = \rho g \left(W_1 + W\right). \qquad (15)$$

При изотермическом сжатии воздуха до давлений порядка 15 – 20 МПа можно пользоваться соотношением

$$p_0 W_0 = pW.$$

Кроме того, в силу принятых допущений давление *p* воды на глубине *H* определяется по формуле (11).

В таком случае объем газа связан с глубиной погружения оболочки формулой

$$W = \frac{p_0}{p_a + \rho g H} W_0.$$

Подставляем это соотношение в (15):

$$Q + \rho_0 g W_0 < \rho g \left(W_1 + \frac{p_0}{p_a + \rho g H} W_0\right). \qquad (16)$$

Критическая глубина H_{cr}, ограничивающая область самостоятельного всплытия оболочки с газом, согласно (16) составляет [1]

$$H_{cr} = \frac{p_0 W_0}{Q + \rho_0 g W_0 - \rho g W_1} - \frac{p_a}{\rho g}. \qquad (17)$$

Результаты расчетов. Пример [1]. Для оценки порядка H_{cr} рассмотрим пример: мягкая сферическая оболочка диаметром *d* = 0.2 м с толщиной стенки *t* = 2 мм при средней плотности материала ρ_1 = 1200 кг/м^3. Оболочка наполнена воздухом плотностью (при атмосферном давлении) 1,29 кг/м^3 и опускается в морскую воду с плотностью 1025 кг/м^3. Давление воздуха в оболочке перед погружением p_0 = 0.2 МПа.

Находим входящие в формулу (17) величины [1].

$W_0 = \frac{\pi d^3}{6} = \frac{\pi \cdot 0.2^3}{6} = 418 \cdot 10^{-5}$ м^3,

$W_1 = \pi d^2 t = \pi \cdot 0.2^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 25.1 \cdot 10^{-5}$ м^3,

$Q = \rho_1 g W_1 = 1200 \cdot 9.81 \cdot 25.1 \cdot 10^{-5} = 2.954$ Н.

Критическая глубина погружения оболочки равна $H_{cr} = 1720$ м.

На рис. 1 (g) дается зависимость критической глубины погружения H_{cr} (м) от диаметра *d* (м) оболочки для разных значений толщины стенки оболочки, давления воздуха в оболочке перед погружением p_0 = 0.2 МПа. Видно, что с увеличением диаметра оболочки происходит уменьшение критической глубины погружения, а с увеличением толщины стенки оболочки происходит увеличение критической глубины погружения. На рис. 1 (h) приводится зависимость критической глубины погружения H_{cr} (м) от диаметра *d* (м) оболочки для разных значений давления в оболочке перед погружением. Видно, что с увеличением диаметра оболочки происходит уменьшение критической глубины погружения, а с увеличением давления воздуха в оболочке перед погружением происходит уменьшение критической глубины погружения. На рис. 1 (i) приводятся зависимости критической глубины погружения H_{cr} (м) от диаметра d (м) оболочки для разных моделей деформирования оболочки. Из анализа зависимостей критической глубины погружения H_{cr} от диаметра *d* оболочки следует, что учет действия среднего давления приводит к резкому уменьшению критической глубины погружения.

Выводы. По модели с учетом действия среднего давления получено: с увеличением диаметра оболочки происходит уменьшение критической глубины погружения, а с увеличением толщины стенки оболочки происходит увеличение критической глубины погружения, с увеличением давления воздуха в оболочке перед погружением происходит уменьшение критической глубины погружения, с увеличением модуля упругости происходит увеличение критической глубины погружения.

По модели без учета действия среднего давления получено: с увеличением диаметра оболочки происходит увеличение критической глубины погружения, а с увеличением толщины стенки оболочки происходит уменьшение критической глубины погружения, с увеличением давления воздуха в оболочке перед погружением происходит увеличение критической глубины погружения, с увеличением модуля упругости происходит увеличение критической глубины погружения.

По модели без учета деформации оболочки получено: с увеличением диаметра оболочки происходит увеличение критической глубины погружения, а с увеличением толщины стенки оболочки происходит уменьшение критической глубины погружения, с увеличением давления воздуха в оболочке перед погружением происходит увеличение критической глубины погружения.

Из анализа зависимостей критической глубины погружения от диаметра оболочки следует, что учет действия среднего давления приводит к резкому уменьшению критической глубины погружения.

Работа поддержана средствами государственного бюджета по госзаданию (FMRS-2023-0015).

Список литературы

[1] Магула В.Э. Об утонувшем мяче // Сообщения лаборатории мягких оболочек. 1968. Выпуск 4. Владивосток. С. 74–77.

[2] Способ подъема бонового заграждения. Михалев В.В. Патент на изобретение RU 2596141 C2, 27.08.2016. Заявка № 2014154446/13 от 30.12.2014.

[3] Газогенератор для устройства судоподъема с больших глубин, устройство судоподъема с больших глубин и способ судоподъема с больших глубин. Берков Ю.А. Патент на изобретение RU 2476347 C2, 27.02.2013. Заявка № 2011116550/11 от 26.04.2011.

[4] Ермолов В.В. Парадокс пары резиновых шаров // Сообщения лаборатории мягких оболочек. ДВВИМУ. ЦБНТИ ММФ. Выпуск 14. Владивосток. 1971. С. 81–86.

[5] Ильгамов М.А. Влияние давления окружающей среды на изгиб тонкой пластины и пленки // Доклады академии наук. 2017. Т. 476. № 4. С. 402–405. https://doi.org/10.7868/S086956521728009X

[6] Ильгамов М.А. Влияние поверхностных эффектов на изгиб и колебания нанопленок // Физика твердого тела. 2019. Т. 61. № 10. С. 1825–1830. https://doi.org/10.21883/FTT.2019.10.48255.381

[7] Сабитов К.Б., Хакимов А.Г. Определение спектра частот и колебаний прямоугольной пластинки, подвижно заделаннной по краю, в разных средах // Известия РАН. Механика твердого тела. 2024. № 6. С. 155–176. https://doi.org/10.31857/S1026351924060093, EDN: TYVVFG

Пространственные колебания трубопровода на вибрирующем основании при действии переменного внутреннего давления

Шакирьянов М.М., Юлмухаметов А.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Трубопроводы являются чрезвычайно распространенными и ответственными элементами конструкций в машиностроении, нефтехимии, энергетике и аэрокосмической технике. Основная функция трубопроводов – транспортировка жидких и газообразных сплошных сред.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния амплитуды и частоты гармонических колебаний переменной составляющей давления транспортируемой среды на пространственную динамику трубопровода на вибрирующем основании.

Пространственные колебания участка трубопровода между двумя опорами с заключенной в нем несжимаемой жидкостью рассматриваются на основе изгибно-вращательной модели М. А. Ильгамова [1]. Опоры трубопровода закреплены на вибрирующем в горизонтальном направлении основании: левая опора неподвижна относительно него, а правая опора, прикрепленная линейно-упругими элементами, может без трения скользить по нему (рис. 1). Труба крепится к опорам с помощью сферических шарниров. В начальный момент труба, изогнутая силами гравитации и давлением жидкости, находится в покое. В момент времени t давление в жидкой среде становится переменным и одновременно с ним основание трубопровода начинает совершать поступательные колебательные движения $s(t)$ вдоль оси y. Учитываются силы гравитации, взаимодействия внутреннего давления и изменений кривизны осевой линии, продольной и окружной деформаций трубы. Скоростью течения жидкости в трубе пренебрегается. Деформации трубопровода, связанные с выходом его оси из плоскости изгиба, предполагаются малыми. Согласно принятой модели, пространственное положение каждого элемента длиной dx однозначно определяется функциями прогиба $W(x,t)$ и угла $\theta(t)$ поворота плоскости изгиба трубы.

Принимая функцию прогиба в виде одночленной аппроксимации, удовлетворяющей шарнирным условиям крепления трубы к опорам, и применяя далее метод Бубнова-Галеркина, решение задачи сводится к интегрированию системы двух нелинейных дифференциальных уравнений. Нелинейная задача Коши с нулевыми начальными условиями решается численно методом Рунге-Кутта. Анализ результатов вычислений выполняется построением графических зависимостей искомых функций от времени, их спектров частот и фазовых траекторий. Рассмотрены малые изгибные и угловые движения трубопровода, которые описываются двумя приближенными линеаризованными уравнениями. Получено их аналитическое решение. Из результатов вычислений, полученных для трубы с конкретными геометрическими и механическими характеристиками, можно отметить следующее. В случае малых изгибно-вращательных движений трубопровода и при относительно небольших значениях амплитуды переменной части давления графические зависимости изгибных и угловых перемещений от времени, построенные по результатам численного и приближенного аналитического решений соответственно, находятся в удовлетворительном согласии. Установлено, что с увеличением амплитуды переменной составляющей давления происходит рост амплитуд динамического прогиба и увеличение разницы между графиками численного и аналитического решений. При этом графические линии углов поворота

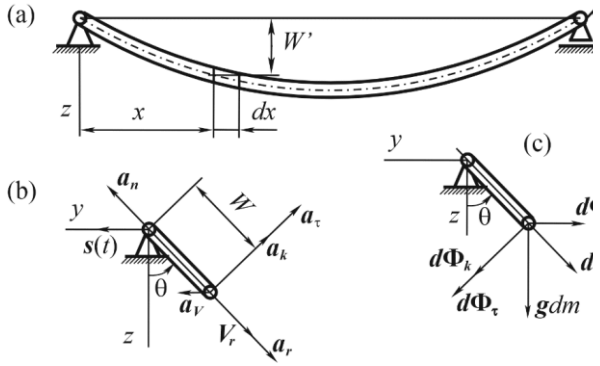


Рис. 1. Расчетная схема трубопровода ($W' = W\cos\theta$)

плоскости изгиба трубы остаются неизменными. Показано, что с ростом амплитуды вибраций опор происходит рост как амплитуд, так и частот изгибных и угловых колебаний трубы.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-21-00106, https://rscf.ru/project/24-21-00106/

Список литературы

[1] Ганиев Р.Ф., Ильгамов М.А., Хакимов А.Г., Шакирьянов М.М. Пространственные колебания трубопровода с упруго-смещающейся опорой при действии внутреннего ударного давления // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 6. С.3-12.

Модель внешней и внутренней присоединенной массы трубопровода

Шакирьянов М.М., Юлмухаметов А.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Трубопроводные системы широко применяются в нефтегазовой и химической промышленности, атомной энергетике, авиационной и ракетно-космической технике и многих других машинах и аппаратах. Транспортировка нефти, газового конденсата, продуктов нефтепереработки или газа по трубопроводам осуществляется работой насосных станций, которые при этом создают внутреннее переменное или ударное давление. В результате взаимодействия этого давления и изменений кривизны осевой линии трубопровод может совершать изгибные колебательные движения, которые происходят с ускорением. При определенных соотношениях между входными параметрами максимальное значение ускорения, например, средней точки пролета трубы может достигать нескольких десятков величин ускорения гравитации. Ускоренные поперечные движения трубы могут быть обусловлены также другими механическими воздействиями. В общем случае ускоренного движения трубопровод испытывает силы сопротивления со стороны внешней сплошной и внутренней газожидкостной сред. При этом указанные силы принято учитывать путем прибавления к массе трубопровода внешней и внутренней присоединенных масс сред [1, 2]. Величины присоединенных масс определяются решениями краевых задач взаимодействия трубы с возмущенными ее ускоренным движением средами.

В исследуемой работе рассматривается ускоренное поступательное движение бесконечно длинного недеформируемого трубопровода с заключенной в нем несжимаемой газожидкостной средой. Транспортируемая среда в трубопроводе состоит из несжимаемых газовой и жидкой фаз с известными плотностями. Круговая труба окружена несжимаемой жидкостью с известной плотностью. Предполагается, что течение газа в осевом направлении происходит внутри жидкой круговой цилиндрической области. Изменениями формы и толщины цилиндрического слоя из-за веса газожидкостной среды пренебрегается. Это может быть приемлемо, когда труба располагается вертикально или в условиях невесомости и малой гравитации. При равномерном движении трубопровода суммарная сила сопротивления внешней и внутренней сред равна нулю. С ускорением движения трубопровода давления на его внешней и внутренней поверхностях изменяются. Вследствие этого возникает сопротивление движению трубы, обусловливающее эффект присоединенной массы.

Возмущенные движения внутренних газовой, жидкой и внешней сплошной сред, вызванные ускорением трубопровода, описываются уравнениями Лапласа [2]. Граничные условия формулируются на внутренней и внешней цилиндрических поверхностях трубы и на контактной поверхности между газовой и жидкой средами. В результате решения задачи получены формулы, определяющие возмущения давления в областях с жидкой фазой газожидкостной и обтекающей трубу сплошной средах.

Числовые расчеты были проведены для конкретных значений входных параметров. Из результатов вычислений можно отметить следующие выводы. Отношение присоединенных масс жидкости с учетом и без учета перетекания частиц газожидкостной среды в поперечных сечениях является функцией плотностей сред и геометрических размеров трубы. С увеличением плотности газовой фазы внутренней среды функция отношения присоединенных масс увеличивается. При равенстве плотностей газовой и жидкой фаз суммарная присоединенная масса не изменяется. Увеличение плотности жидкой фазы внутренней среды приводит к большему уменьшению функции отношения присоединенных масс. При этом минимумы функции сдвигаются в сторону уменьшения толщины жидкого слоя. При пренебрежимо малых значениях отношения плотностей внешней и внутренней жидкой сред приближенно можно считать, что эффективная

присоединенная масса полностью определяется перетеканием частиц транспортируемого продукта в поперечных сечениях трубопровода.

Работа выполнена на средства государственного бюджета по государственному заданию 123021200015-5(FMRS-2023-0015)

Список литературы

[1] Ильгамов М.А. Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969. 180 с.

[2] Ильгамов М.А. Введение в нелинейную гидроупругость. М.: Наука, 1991. 200 с.

Лабораторное и численное моделирование динамики конвективных плюмов в полости со свободной поверхностью при большом числе Прандтля

[1]Шарифулин А.Н., [2]Полудницин А.Н.

[1]Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь
[2]Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Работа мотивирована важной ролью тепловой конвекции жидкости с большим числом Прандтля в технических и геофизических приложениях. Жидкостями с большим числом Прандтля являются, например, силиконовые масла, широко применяющиеся в мощных трансформаторах и трансформаторных нагревателях. Число Прандтля их может достигать десятков тысяч. В объеме такой жидкости зачастую расположены тепловыделяющие электронные элементы или присутствуют дефекты изоляции обмоток, формирующие локальные источники тепла. От этих локальных источников тепла могут формироваться конвективные плюмы.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования эволюции конвективных плюмов в кубической полости со свободной поверхностью от точечного источника тепла, при наличии фонового валового конвективного течения, вызванного слабым горизонтальным градиентом температуры.

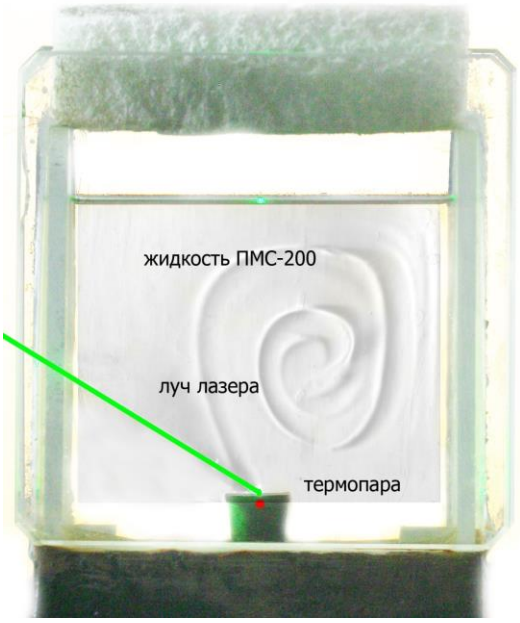


Рис. 1. Экспериментальная модель (см. пояснения в тексте).

Лабораторное моделирование взаимодействия конвективного плюма с одно валовым конвективным течением, производилось в кювете с адиабатическими стенками. Две противоположные стенки которой представляют оптическое стекло толщиной 1 см остальные из оргстекла толщиной 1 см. Внутренняя полость кюветы размером 90 x 90 x 80 мм. заполнена жидкостью с числом Прандтля Pr = 2 10^3 [1]. Визуализация температурного поля в полости осуществлялась теневым методом в рабочей зоне прибора ИАБ-451. Динамика поля регистрировалась цифровой 16 мегапиксельной фотокамерой с интервалом в 20 с. Вид на фронтальную грань полости со стороны приемной части прибора показан на рис. 1. Локальный источник тепла вблизи дна кюветы создавался лазерным излучением с длиной волны 532 нм и мощностью 0.2 Вт. Луч лазера направлялся на резиновую подложку, в которой располагалась дифференциальная термопара, для определения разности температур между локальным источником тепла и невозмущенной жидкостью. Исследовано влияние формы подложки (ее ширины и высоты) на структуру спирального плюма. Эволюция взаимодействия плюма и одновалового конвективного течения приведена на рис 2. При скорости роста плюма, близкой к характерной скорости ячеистого конвективного течения, он приобретает форму вертикальной плоской спирали.

Полученные экспериментальные данные сопоставляются с результатами прямого 2D моделирования конечно-разностным методом.

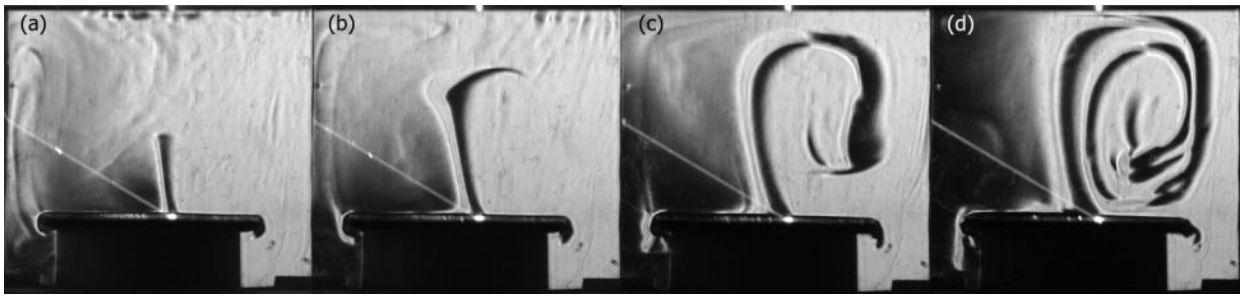


Рис. 2. Развитие спиральной структуры плюма в зависимости от времени, прошедшего после включения лазера: a – t=1170 c, b– t=2970 c; c – t= 6264 c, d t= 9321 c

Список литературы

[1] Полудницин А. Н., Шарифулин А. Н. Динамика спирального конвективного плюма в жидкости с большим числом Прандтля //Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2013. – №. 6. С. 29-32.

Моделирование динамики взрыва в многофазной системе газонасыщенного угольного пласта

Шиповский И.Е., Бобин В.А.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем комплексного освоения недр им. академика Н.В. Мельникова Российской академии наук, Москва

Рассматривается взаимосвязь динамически нагружаемой структуры геосред, характеризующихся наличием газонасыщенных угольных пластов, склонных к проявлению опасных геодинамических явлений, с изменением физико-механических свойств в процессе деформации и разрушения. При этом раскрываются механизм и закономерности деформационного поведения нелинейного иерархически структурированного газонасыщенного угольного пласта как отклик на динамическое изменение его напряженно деформированного состояния и трансформацию физико-механических свойств материала на разных масштабных уровнях, что приводит к возникновению в выработанном пространстве разрушительного газодинамического явления, называемого внезапным выбросом угля и газа.

Многие исследователи численно моделировали выбросы угля и газа. Так в работе [1] численно моделировался процесс возникновения и развития выброса угля и газа в условиях различного геонапряжения и давления газа. В [2] представлен анализ программный модуль RFPA-GAS механизма динамического разрушения, выброса угля и газа при различной прочности крепления, при ее наличии и отсутствии. В [3] рассматривался механизм формирования и характеристики распространения ударного воздушного потока при выбросе угля и газа, а также для численного моделирования предложена модель формирования и миграции ударного воздушного потока. В [4] показаны возможности расчета на основе метода сглаженных частиц (SPH) в решении задач прогноза выбросоопасности горного массива вблизи выработки и проведена апробация оригинального физико–механического подхода для описания выбросоопасного угольного пласта, суть которого состоит в том, что содержимое пласта представляется энергонасыщенным материалом.

Объектом исследования является газонасыщенный угольный пласт и процессы происходящие в нем при динамических воздействиях. Научная проблема, на решение которой ориентирована данная работа, состоит в дальнейшем развитии концептуальной модели газодинамических явлений в угольном пласте, построении адекватного математического описания явления и, в рамках построенной математической модели, количественном описании параметров состояния массива и газо-угольного потока с формированием полости выброса.

Идея нового подхода к описанию процесса внезапного выброса угля и газа в целом и его геомеханической стадии в частности, которая остается невидимой для наблюдателя состоит в том, что грушевидная полость выброса является результатом взрыва «гремучей» смеси водорода и кислорода, которая формируется в области разгруженного от горного давления пласта, где наиболее вероятно ее появление.

Наблюдения показывают, что внезапные выбросы угля и газа происходят тогда, когда в шахте по пласту ведутся горные работы. Как указано в работе [5], угольный пласт является блоковой средой, причем основными блоками является так называемое сорбционное и фильтрационно-сорбционные частицы размером 50-100мкм, включающие значительное количество нано- и микропор, в которых метан находится в состоянии твердого газоугольного раствора.

С помощью компьютерного моделирования методом сглаженных частиц [6] исследуется поведение блокового массива горной породы при взрывной проходке выработки, которая была заложена вблизи выбросоопасного угольного пласта. Бессеточная основа и лагранжевый формализм нового методического подхода позволяют, в отличие от конечноэлементных и эйлеровых численных методик, без вычислительных затруднений достаточно адекватно осуществлять компьютерное моделирование значительных

деформаций, разрушения геосреды процесса выброса при динамическом воздействии [7, 8].

Рисунок 1-а показывает схему горнотехнической ситуации для постановки краевой задачи.

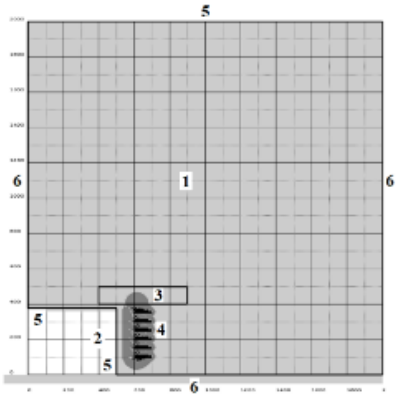
На рис. 1-а: 1- массив. 2 - выработка, 3 - подготовленный к движению дезинтегрированный газонасыщенный объем угольного пласта, 4 - взрывные проходческие работы, 5 - свободные границы, 6 – границы полного поглощения волн.

Моделирование напряженно-деформированного состояния геосреды осуществляется путем численного решения системы уравнений механики сплошной среды, которая включает уравнения неразрывности, движения и энергии. Замыкают систему уравнений определяющие соотношения, которые конкретизируют поведение среды, задавая связи между тензорами напряжений и деформаций. Учет изменения прочности нагруженной среды с течением времени, осуществляется путем введения функции накопления повреждений. Применение данных соотношений позволяет рассматривать задачи о развитии деформаций и разрушения за счет деградации прочности с течением времени при заданной внешней нагрузке.

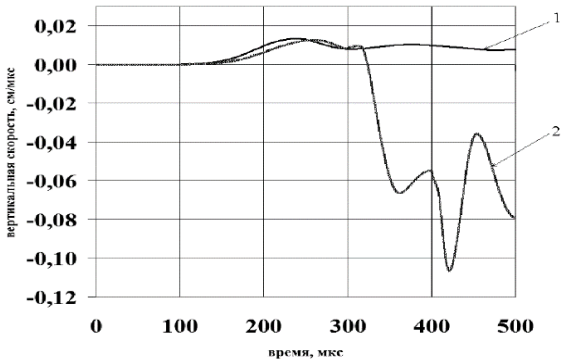
После включения в систему уравнений сохранения определяющих соотношений количество переменных становится равно количеству уравнений, система становится замкнутой и может быть решена. Для замкнутой системы уравнений ставится краевая задача с начальными и граничными условиями (рис. 1-а). Начальные условия соответствуют тому факту, что в первоначальный момент горная порода в массиве находится в ненапряженном и недеформированном состоянии, хотя при численном моделировании не представляет труда задать первоначальные поля напряжений и деформаций. Внешние границы расчетной области свободны от напряжений.

Для моделирования свойств энергонакопления угольного пласта за счет происходящих процессов структурной дезинтеграции, описанных в предыдущем разделе, использовался модельный материал с возможностью задания в нем начального стационарного состояния энергонасыщенности с последующим переходом в динамический процесс. Фактически использовалось искусственным образом сформированное взрывчатое вещество с заданной энергоемкстью. Это начальное состояние позволяет осуществить переход газонасыщенного угольного пласта, склонного к геодинамческим проявлениям, в возбужденное состояние, при котором инициирование процесса выброса провоцируется путем моделирования подрыва шпуровых зарядов в выработке. Действие волн сжатия после взрыва вызывает активацию энергонасыщенного пласта, что приводит в итоге к интенсивному выбросу материала пласта с образованием полостей. Структура и конфигурация расчетной области формируются исходя из физической постановки задачи и возможного влияния внешних факторов на исследуемый процесс.

Для решения поставленной краевой задачи используется вычислительный подход на основе метода SPH [6-8]. На рис. 1-б показан расчет изменения скорости частиц породы при его инертном (1) и выбросоопасном (2) состоянии. Видно, что к моменту 300 мкс начинается прорыв пробки – невозвратное движение породы в полость выработки, что является явным признаком начала прорыва пробки выброса. Расчет распространения газо-угольной смеси по выработкам, который в значительной степени обусловлен характером протекания стадии дезинтеграции газонасыщенного угольного пласта показан рис. 2-а.

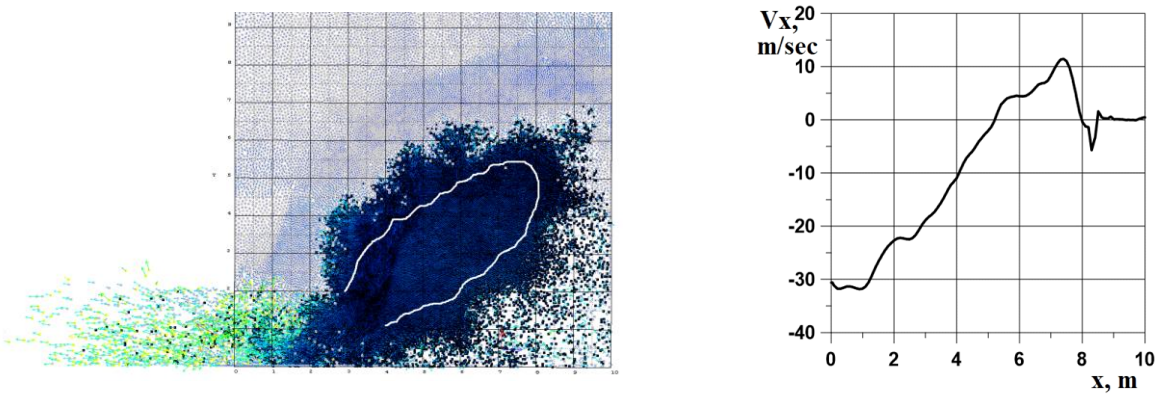


А



б

Рис. 1. - а) Постановка задачи внезапного выброса в углепородном массиве: 6 - границы полного поглощения волн; б) расчет изменения скорости частиц породы при его инертном (1) и выбросоопасном (2) состоянии.



а б

Рис. 2. а) расчетная картина выброса активированного энергонасыщенной метано – водородной смеси раздробленного объема углепородной массы в полость выработки; б) распределение горизонтальной скорости потока выброса в выработку

Отслеживание истории изменения параметров в характерных областях (рис. 1-б, 2-б), в частности, в окрестности наиболее вероятного прорыва пробки вблизи выбросоопасного пласта позволяет прогнозировать момент начала выброса для рассматриваемой горнотехнической схемы выработки.

Анализ результатов моделирования показал, что быстрый подвод энергии взрыва накопленной вследствие техногенного воздействия метано - водородной смеси раздробленного объема газонасыщенного угля, формирует в волне напряжений наряду с областью пластического деформирования материала область растягивающих напряжений. Размеры области растягивающих напряжений по мере распространения волны увеличивается и охватывают все большую часть массива. В результате в этих областях реализуются наиболее благоприятные условия для образования трещин. В сечениях, разграничивающих перемещаемую часть и неподвижный массив, возникают деформации сдвига. При достижении ими критических значений возникают трещины, и происходит вынос части материала, в направлении свободной поверхности. При этом возникают волны дробления и волны выброса, что приводит к тому, что активированный энергонасыщенный метано - водородной смесью, готовый к движению раздробленный объем угля прорывает породную пробку и разрушенная газо - углепородная масса вырывается скоростным потоком в полость выработки. При этом рассчитанные скорости выноса углепородной смеси в полость выработки согласуются с наблюдаемыми на практике. (рис. 2-б).

Выводы. Подводя итог проделанным исследованиям, можно утверждать следующее:

1. Угольный пласт, как любая другая геологическая разновидность, представляет собой блоковую среду, находящуюся в предельном по упругой энергии состоянии.

2. Базовым элементом блоковой структуры угольного пласта являются сорбционные частицы различного ранга.

3. При изменении силового состояния блоковых структурных элементов угольного пласта энергия межмолекулярного отталкивания молекул метана передает угольному скелету и вызывает дополнительное растяжение и локальную деформацию угольного вещества, что может стать начальной движущей силой процесса его динамических изменений.

Вследствие разрушения структурных связей в блоковых частицах на уровне нанопор освободившийся сорбированный метан практически одномоментно переходит в свободное состояние и заполняет все мыслимые свободные объемы в угольном пласте.

4. Формирование в свободном пространстве полости выброса взрывоопасной смеси водорода с кислородом может привести к объёмному взрыву, который порождает ударную волну, окончательно дезинтегрирующую уголь на блоковые частицы с резким ростом давления метана, углекислого газа или азота в разгруженной области пласта, образованием горловины выброса и выносом газоугольной смеси в выработанное пространство.

5. Показано, что внезапный выброс угля и газа это двухстадийный геогазодинамический процесс, геомеханическая стадия которого, невидимая наблюдателю, зарождается и развивается в той зоне разгруженного угольного пласта, где реализуется вероятность образования

взрывоопасной смеси водорода и кислорода с ее последующим взрывом благодаря которому образуется грушевидная полость с малопроницаемыми стенками, содержащая раздробленный уголь и газ высокого давления величина которого определяется газоносностью угля и его температурой, причем газодинамическая стадия в виде быстропротекающего газодинамического прорыва газоугольной смеси выработанное пространство становится возможным только тогда, когда пространство между грушевидной полостью и выработанным пространством будет нарушена технологическим или естественным физическим последствием.

6. Предложен вычислительный подход, разработанный для моделирования процесса выброса на основе хорошо зарекомендовавшего себя численного метода SPH для расчета взрывчатого вещества и динамически нагружаемого массива породы. Связанная модель включает в себя наиболее важные факторы выбросов, включая деформацию, разрушение и фрагментацию твердых тел, свободный поток смеси газов и углепородной массы. Полученные путем изложенного подхода моделирования результаты достаточно близко качественно коррелируют с эмпирическими наблюдениями и способствует более качественному изучению и лучшему пониманию физических процессов, происходящих при деформировании и разрушении пород при техногенных воздействиях.

Таким образом, сформулированы новые положения теории газодинамических явлений в угольном пласте и приведены некоторые расчеты, характеризующие состояние системы метан-уголь в рамках рассматриваемого подхода.

Это исследование может предоставить справочную информацию для предотвращения катастрофических явлений выброса угля и газа в аналогичных условиях.

Список литературы

[1] Zhu, L., Yang, T., Xu, T., et al, Explore the mechanism of ground stress and gas pressure in coal-gas outburst, J. Min. Saf. Eng., 2018, vol. 35(05), pp. 1038 – 1044.

[2] Gao, M., Zhang, S., Li, J., et al, The dynamic failure mechanism of coal and gas outbursts and response mechanism of support structure, Therm. Sci., 2019, vol. 23(Suppl. 3), pp. 867 – 875.

[3] Xue, X., Shi, S., Gui, F., et al, Accident case data-accident cause model hybrid-driven coal and gas outburst accident analysis: evidence from 84 accidents in China during 2008 – 2018, Process Saf. Environ Prot., 2022, vol. 164, pp. 67 – 90.

[4] Минеев С.П., Шиповский И.Е. и др. Моделирование поведения выбросоопасного массива при взрывных работах в проводимой выработке // Геотехнічна механіка. - 2015. -Вип. 201(5). - №123. – С. 26 - 39.

[5] Бобин, В.А. 18 лекций по теории трансформации природной наноструктурной системы «уголь-метан». М.: Библио Глобус, 2019, 100 с.

[6] Шиповский, И.Е., Расчет хрупкого разрушения горной породы с использованием бессеточного метода, Научный вестник НГУ, 2015, вып. 1(145), с. 76 - 82.

[7] Shipovskii, I.E., Trofimov, V.A., Lapikov I.N., Belousov, F.S., Modeling of Rockburst during Underground Blasting Working of Coal Seam. AIP Conference Proceedings, 2021, vol. 2448, pp. 020022 - 020027.

[8] Трофимов, В.А., Шиповский, И.Е., Численное моделирование внезапного выброса угля и газа, XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, 2023, том 4, с. 747-749. DOI:10.18720/SPBPU/2/id23-630.

Линейное поле скоростей как решение уравнений газовой динамики: систематический обзор литературы[1]

Юлмухаметова Ю.В.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Систематический обзор – это оригинальное аналитическое произведение, объемом с крупную научную статью, подготовленное на основании результатов специального научного исследования, выполненное по особой методике [1]. Литературных обзоров по данной тематике несколько. Последний датируется 2010 годом. В представленном систематическом обзоре будут включены некоторые материалы из известных литературных обзоров с добавлением новых исследований, а также ранее не известных. Как результат получившийся систематический обзор позволит проследить наличие «белых пятен» и наметить новые направления для будущих исследований.

Цель исследования: провести систематическое обобщение результатов научных исследований, содержащих точные решения уравнений газовой динамики в виде линейного поля скоростей [2] как с однородной, так и с неоднородной деформацией. Преимущественно будем обращать внимание на работы, в которых явно содержится представление для матрицы линейности A и описывается какой физический процесс данное решение описывает.

Материалы и методы исследования: систематический обзор результатов исследования был проведен согласно критериям PRISMA 2020 [3].

Поиск публикаций выполнен в базах данных Scopus, Научная электронная библиотека (www.elibrary.ru) и КиберЛенинка (www.cyberleninka.ru). Так же выбор публикаций произведен в библиотеках Института математики с ВЦ УФИЦ РАН, Научная Библиотека Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН.

Для поиска информации в eLibrary использовался следующий запрос в разделе "расширенный поиск": линейное поле скоростей OR однородная деформация AND газовая динамика без кавычек. Поиск осуществлялся в названии, в аннотации, в ключевых словах статей в журналах, книгах и диссертациях. Дополнительными параметрами поиска служили пункты «искать с учетом морфологии», «искать в публикациях, имеющих полный текст на eLibrary.ru» и «искать в публикациях, доступных для Вас». Так же прописана тематика публикаций: математика и механика. После получения выборки в разделе «Параметры» в тематике оставлено только Математика и Механика. Язык публикаций: русский, английский. Период публикаций ограничен 2024 годом. Выбраны публикации изданные до 2024 года включительно.

В КиберЛенинке запрос имел вид: линейное поле скоростей однородная деформация газовая динамика. Без кавычек. Так же был установлен фильтр Математика.

В базе данных Scopus поиск производился при помощи программы Publish or Perish по ключевым словам: uniform deformation, gas dynamics equations. Остальные поля поиска не заполнялись.

На этапе идентефикации из русскоязычных библиографических баз в обзор включены 219 ссылки из eLibrary и 32 из КиберЛенинка. Статей индексированных в Scopus оказалось 32. Статей, найденных по системе Snowballing было найдено 52 штук. Таким образом, в начале этапа идентефикации всего было отобрано 335 исследований. Идентификация статей по их названиям позволила удалить из результатов поиска 234 публикацию, которые не были релевантными основной цели обзора. Так же проведена проверка на дублирование названий исследований. В итоге было исключено 8 исследования. Результатом этапа идентификации явился отбор 93 публикации по теме обзора.

На этапе скрининга в результате работы было исключено 23 исследования. После исключения исследований, недоступных для изучения полнотекстовых версий публикаций их результатов (Scopus – 3 публикации), оценено на приемлемость 67 исследования. Рассматривая полные тексты исследований, было исключено 24 исследования. Таким образом, в итоговый систематический обзор попало 43 публикации.

Список литературы

[1] Lavrik O. L., Kalyuzhnaya T. A., Pleshakova M.A., Systematic review as a type of review and analytical products // Bibliosphere. 2019. Vol. 2, pp. 33–51.

[2] Тарасова, Ю. В. Классификация подмоделей с линейным полем скоростей в газовой динамике // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2009. – Т. 12, № 4(40). – С. 128–136.

[3] Page M.J., McKenzie J.E., Bossuyt P.M., Boutron I., Hoffmann T.C., Mulrow C.D., Shamseer L., Tetzlaff J.M., Akl E.A., Brennan S.E., Chou R., Glanville J., Grimshaw J.M., Hrbjartsson A., Lalu M.M., Li T., Loder E.W., Mayo-Wilson E., McDonald S., McGuinness L.A., Stewart L.A., Thomas J., Tricco A.C., Welch V.A., Whiting P., Moher D., The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews // BMJ. 2021. Vol. 372. № 71, pp. 1–9.

[1] Работа выполнена при поддержке средствами госбюджета по госзаданию 124030400064-2 (FMRS-2024-0001).

Исследование параметров холодного газодинамического напыления и их влияния на качество покрытия с использованием методов машинного обучения

Якимчук А.В., Карамов Р.И., Джуринский Д.В.

Сколковский Институт Науки и Технологий, Москва

Технология холодного газодинамического напыления (ХГДН) широко используется для ремонта и нанесения покрытий на детали различного назначения, включая топологически оптимизированные структуры [1]. Процесс нанесения покрытия требует, чтобы угол, при котором происходит формирование покрытия, был перпендикулярен поверхности, при этом обеспечивается оптимальное качество покрытия. Однако нанесение равномерных покрытий на сложные и изогнутые поверхности остаётся сложной инженерной задачей [2-3]. Для моделирования, расчета и прогнозирования эффективности напыляемых покрытий были разработаны различные методы [4-6], однако прогнозирование эффективности напыления через проведение экспериментов или моделирования требует много времени и ресурсов. Более того, сложно учесть совокупное влияние множества факторов в процессе формирования покрытия, что приводит к значительным ограничениям использования ХГДН. Для преодоления этих ограничений в настоящее время широко используются подходы машинного обучения [7-8].

В настоящей работе мы применили подходы машинного обучения для изучения параметров технологии холодного газодинамического напыления низкого давления. Эксперименты по напылению проводились с использованием различных материалов на основе меди (латунь, «чистая» медь и бронза) с добавками Al2O3 — на два типа подложек из нержавеющего и низкоуглеродистого типа сплавов (SS304 и C22). Всего было проведено более 80 эксперимента с использованием роботизированной установки для управления параметрами напыления под углами 30, 45, 60 и 90 градусов к поверхности, на расстояние до подложки 10 мм. Эффективность напыления, ширина пятна распыления, толщина слоя измерялись с использованием оптической микроскопии, а механические свойства определялись при испытаниях на твердость по Виккерсу. Полученные данные служат показателями качества финального покрытия, прогнозируемыми на основе параметров напыления и свойств наносимых материалов и подложек.

Для прогнозирования показателей качества напыляемых покрытий было протестировано несколько алгоритмов машинного обучения, включая полиномиальную регрессию, Random Forest, XGBoost и искусственные нейронные сети (ANN). Модель ANN продемонстрировала высокую эффективность оценки с точностью до 95 %, в то время как другие методы испытывали трудности с оверфитингом или генерализацией, что привело к низкой эффективности моделирования. Анализ входных данных при обучении ANN-модели показал, что, помимо угла, при котором происходит формирование покрытия, на прогнозы модели существенно влияют свойства наносимого материала, такие как предел прочности и текучести, а также весовая доля примесей. Полученные в настоящей работе данные позволяют улучшить понимание процесса нанесения ХГДН покрытий с использованием роботизированных комплексов и служат ценным ориентиром для будущего моделирования, предсказания свойств и качества покрытий.

Список литературы

[1] Pathak, S., & Saha, G. C. (2017). Development of sustainable cold spray coatings and 3D additive manufacturing components for repair/manufacturing applications: A critical review. *Coatings*, *7*(8), 122.

[2] Wu, H., Xie, X., Liu, M., Verdy, C., Zhang, Y., Liao, H., & Deng, S. (2020). Stable layer-building strategy to enhance cold-spray-based additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, *35*, 101356.

[3] Seng, D. H. L., Zhang, Z., Zhang, Z. Q., Meng, T. L., Teo, S. L., Tan, B. H., ... & Ba, T. (2023). Impact of spray angle and particle velocity in cold sprayed IN718 coatings. *Surface and Coatings Technology*, *466*, 129623.

[4] Li, C. J., Li, W. Y., Wang, Y. Y., Yang, G. J., & Fukanuma, H. (2005). A theoretical model for prediction of deposition efficiency in cold spraying. Thin Solid Films, 489(1-2), 79-85.

[5] Meng, F., Yue, S., & Song, J. (2015). Quantitative prediction of critical velocity and deposition efficiency in cold-spray: A finite-element study. Scripta Materialia, 107, 83-87.

[6] . Meng, F., Hu, D., Gao, Y., Yue, S., & Song, J. (2016). Cold-spray bonding mechanisms and deposition efficiency prediction for particle/substrate with distinct deformability. Materials & Design, 109, 503-510.

[7] 28.Canales, H., Cano, I. G., & Dosta, S. (2020). Window of deposition description and prediction of deposition efficiency via machine learning techniques in cold spraying. Surface and Coatings Technology, 401, 126143.

[8] 29. Wang, Z., Cai, S., Chen, W., Ali, R. A., & Jin, K. (2021). Analysis of critical velocity of cold spray based on machine learning method with feature selection. Journal of Thermal Spray Technology, 30, 1213-1225.